Mesure de vitesses : du K.L. au laboratoire de physique

Bac S 2017 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Justifier qu'au cours de la descente le travail du poids du skieur est « moteur », c'est-à-dire positif.

Le skieur descend d'un point A d'altitude h_A à un point B d'altitude $h_B < h_A$. Le poids $\vec{P}$ est une force constante, verticale et dirigée vers le bas :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = M\,g\,(h_A - h_B)$$

Comme $M > 0$, $g > 0$ et $h_A - h_B > 0$:

$W_{AB}(\vec{P}) > 0$: le travail du poids est **moteur** pendant la descente.

COMPRENDRE
Autre argument valable : l'angle entre $\vec{P}$ et le déplacement $\overrightarrow{AB}$ est inférieur à 90°, donc le produit scalaire est positif. Le poids favorise le mouvement.

COMPRENDRE
Le travail d'une force et l'énergie mécanique sont étudiés aujourd'hui en première ; ils restent utilisables en terminale.

1.2 En supposant la vitesse nulle au départ et l'énergie mécanique conservée, montrer que la vitesse au début de la zone de chronométrage vaut $85\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Données utiles $h_1 = 2715$ m (départ) ; $h_2 = 2345$ m (début de la zone de chronométrage, figure 1) ; $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Entre le départ (altitude h_1, vitesse $v_1 = 0$) et le début de la zone de chronométrage (altitude h_2, vitesse v_2), l'énergie mécanique $E_m = E_c + E_{pp}$ se conserve :

$$\tfrac{1}{2}Mv_1^2 + Mgh_1 = \tfrac{1}{2}Mv_2^2 + Mgh_2$$

Avec $v_1 = 0$ et après simplification par M : $\tfrac{1}{2}v_2^2 = g\,(h_1 - h_2)$, donc

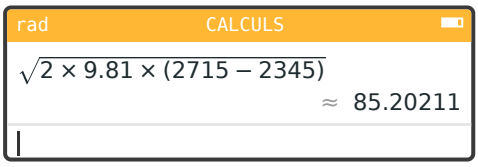
$$v_2 = \sqrt{2\,g\,(h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times (2715 - 2345)}$$

$v_2 = 85{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 85\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Prendre l'altitude h_3 (fin de la zone) ou utiliser la distance de 450 m parcourue sur la piste : seule la différence d'altitude $h_1 - h_2$ intervient dans l'énergie potentielle de pesanteur.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme g et le dénivelé $h_1 - h_2 = 370$ m. La masse M se simplifie : dans ce modèle sans frottement, la vitesse ne dépend pas du skieur.

À LA CALCULATRICE



1.3 Comparer cette vitesse à celle réellement atteinte par S. Origone en avril 2015 et proposer une explication de la différence.

Données utiles $v_2 = 85{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.2) ; record : $252{,}632\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

Conversion : $v_2 = 85{,}2 \times 3{,}6 = 307\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

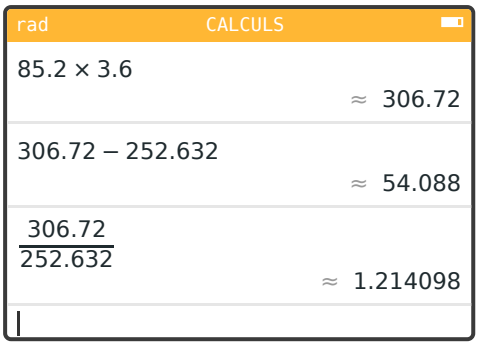
La vitesse calculée est supérieure à la vitesse réelle : $307 > 252{,}632\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, soit un écart d'environ $54\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ (le modèle surestime la vitesse d'environ 21 %).

Explication : le skieur subit des frottements (air, neige sur les skis) dont le travail est résistant. Une partie de l'énergie mécanique est dissipée, elle ne se conserve pas.

$v_{\text{modèle}} \approx 307\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} > v_{\text{réelle}} = 252{,}632\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$: l'écart vient des frottements, négligés dans le modèle.

PIÈGE
Comparer des vitesses dans deux unités différentes. Pour passer des $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ aux $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, on multiplie par 3,6.

À LA CALCULATRICE



2.1 Montrer que k est une grandeur sans unité. Quelle est alors l'unité du produit $S \times k$?

Données utiles $F_{air} = 0{,}5 \times \rho_{air} \times S \times k \times v^2$

On isole k : $k = \dfrac{F_{air}}{0{,}5\,\rho_{air}\,S\,v^2}$

Unité du numérateur : d'après la deuxième loi de Newton ($F = m\,a$), $1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Unité du dénominateur : $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \times \text{m}^2 \times (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3+2+2} \cdot \text{s}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Les deux unités sont identiques : leur quotient n'a pas d'unité.

k est sans unité ; le produit $S \times k$ s'exprime donc comme S, en m^2.

MÉTHODE
Pour trouver l'unité d'un coefficient : l'isoler, remplacer chaque grandeur par son unité de base (kg, m, s) et simplifier. Le newton se décompose toujours avec $F = m\,a$.

2.2 Le coefficient k étant supposé constant, expliquer qualitativement la diminution du produit $S \times k$ entre les postures 1 et 2. Évaluer la surface S pour la posture 2 et donner un ordre de grandeur de k.

Données utiles posture 1 : $S \times k = 0{,}199\ \text{m}^2$; posture 2 : $S \times k = 0{,}159\ \text{m}^2$

Si k est constant, la baisse de $S \times k$ (de 0,199 à 0,159 m^2) traduit une diminution de S : en posture 2 le skieur est plus regroupé (buste plus bas, bras resserrés devant lui), il présente à l'air une surface frontale plus petite.

Évaluation de S : vu de face, le skieur en position de recherche de vitesse occupe à peu près un rectangle de largeur 0,5 m (largeur des épaules) et de hauteur 0,8 m :

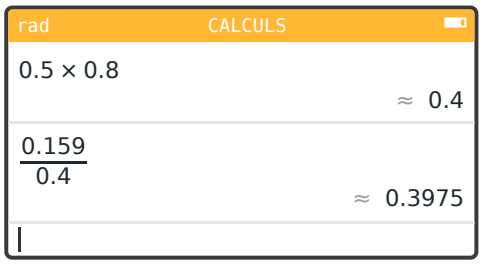
$$S \approx 0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}4\ \text{m}^2$$

Alors $k = \dfrac{S \times k}{S} \approx \dfrac{0{,}159}{0{,}4} \approx 0{,}4$.

$S \approx 0{,}4\ \text{m}^2$; $k \approx 0{,}4$, soit un ordre de grandeur de 10^{-1}.

COMPRENDRE
Le document ne donne pas S : on attend une estimation raisonnée à partir de la taille d'un corps humain accroupi. Toute valeur de quelques dixièmes de m^2, justifiée, est acceptable ; un seul chiffre significatif suffit.

À LA CALCULATRICE



2.3 Indiquer la posture qui permet d'atteindre la plus grande vitesse au début de la zone de chronométrage. Justifier.

Données utiles posture 1 : $S \times k = 0{,}199\ \text{m}^2$; posture 2 : $S \times k = 0{,}159\ \text{m}^2$

À vitesse donnée, F_{air} est proportionnelle au produit $S \times k$. Ce produit est le plus petit pour la posture 2 ($0{,}159 < 0{,}199$) : le frottement de l'air y est plus faible, l'énergie dissipée pendant l'élan aussi.

La **posture 2** permet d'atteindre la plus grande vitesse.

2.4 Pour une posture donnée, expliquer comment évolue la force de frottement de l'air F_{air} lorsque la vitesse du skieur augmente. Justifier.

Pour une posture donnée, $S \times k$ est constant, de même que ρ_{air}. L'expression s'écrit alors $F_{air} = C \times v^2$ avec $C = 0{,}5\,\rho_{air}\,S\,k$ constante positive.

F_{air} augmente avec la vitesse, proportionnellement à v^2 : si v double, F_{air} est multipliée par 4.

PIÈGE
Écrire que F_{air} est proportionnelle à v. Elle est proportionnelle au carré de la vitesse : elle croît de plus en plus vite, ce qui limite la vitesse du skieur.

3.1 Calculer la durée t_c du passage du skieur dans la zone de chronométrage de distance D.

Données utiles $D = 100$ m ; vitesse du record : $v = 252{,}632\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

La vitesse mesurée est la vitesse moyenne sur la zone de chronométrage : $v = \dfrac{D}{t_c}$, donc $t_c = \dfrac{D}{v}$.

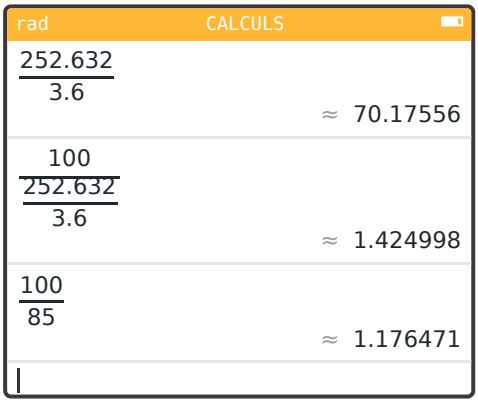
Conversion : $v = \dfrac{252{,}632}{3{,}6} = 70{,}18\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$t_c = \frac{100}{70{,}18}$$

$t_c = 1{,}42$ s

COMPRENDRE
Avec la vitesse du modèle sans frottement, $85\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.2), on obtient $t_c = 1{,}2$ s : réponse également recevable si le choix de la vitesse est annoncé. Dans les deux cas, la durée est à peine supérieure à une seconde.

À LA CALCULATRICE



3.2 Donner deux sources d'erreurs possibles pour la mesure de la vitesse d'un skieur de kilomètre lancé.

La vitesse est obtenue par $v = \dfrac{D}{t_c}$: les erreurs viennent de la mesure de ces deux grandeurs.

- Erreur sur la **distance** D : position des deux cellules de chronométrage sur la piste, distance réellement parcourue par le skieur si sa trajectoire n'est pas rectiligne.
- Erreur sur la **durée** t_c : déclenchement et arrêt du chronomètre (temps de réponse des cellules, partie du corps ou du ski qui coupe le faisceau), résolution du chronomètre.

Deux sources d'erreur : la mesure de la distance D et la mesure de la durée t_c.

3.3 Justifier à l'aide du texte d'introduction pourquoi des mesures précises sont nécessaires pour distinguer les différents records de vitesse.

Données utiles record de 2015 : $252{,}632\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; record de 2014 : $252{,}454\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

Écart entre les deux records : $252{,}632 - 252{,}454 = 0{,}178\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

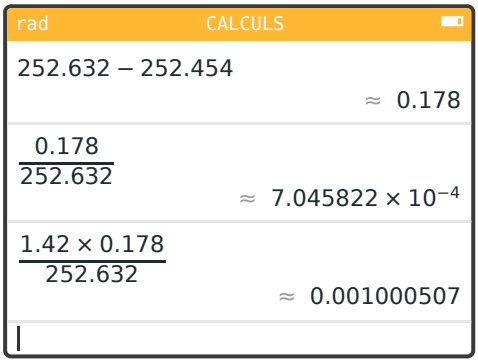
Écart relatif : $\dfrac{0{,}178}{252{,}632} = 7{,}05\times10^{-4}$, soit 0,07 %.

Les deux records ne diffèrent qu'à partir du quatrième chiffre significatif : une mesure de la vitesse à 1 % près, ou même à 0,1 % près, ne permettrait pas de les départager.

Écart de $0{,}178\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ seulement (0,07 %) : la mesure doit être plus précise que cet écart.

COMPRENDRE
Sur la durée $t_c = 1{,}42$ s (3.1), cet écart de 0,07 % représente environ un millième de seconde : le chronométrage doit être électronique.

À LA CALCULATRICE



3.4 Estimer la précision relative sur la mesure de la vitesse du skieur.

Données utiles $v = 252{,}632\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

La vitesse est annoncée au millième de $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: la précision de la mesure est estimée à $\Delta v = 0{,}001\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{0{,}001}{252{,}632}$$

$\dfrac{\Delta v}{v} \approx 4\times10^{-6}$, soit environ 0,0004 %.

PIÈGE
S'arrêter à la précision absolue ($0{,}001\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$). « Relative » signifie rapportée à la valeur mesurée.

COMPRENDRE
La précision relative est un rapport de deux grandeurs de même unité : elle n'a pas d'unité. Un seul chiffre significatif suffit, puisque Δv est une estimation.

À LA CALCULATRICE

