Interférences avec des atomes froids

Bac S 2017 Liban (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Montrer que la vitesse d'un atome au niveau de la double fente est verticale et que sa valeur est $v_F = \sqrt{2\,g\,L}$.

Données utiles atome lâché sans vitesse initiale ; piège à la hauteur L au-dessus des fentes

Système {atome de néon}, de masse m constante ; référentiel du laboratoire supposé galiléen. Repère : origine O au piège, axe (Ox) horizontal, axe (Oy) vertical orienté vers le bas.

Chute libre : la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$. Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{a} = m\,\vec{g}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$, soit $a_x = 0$ et $a_y = g$.

Par intégration, avec $\vec{v}_0 = \vec{0}$: $v_x = 0$ et $v_y = g\,t$. La composante horizontale reste nulle : la vitesse est **verticale**.

Nouvelle intégration, avec $x_0 = y_0 = 0$: $x = 0$ et $y = \dfrac{1}{2}\,g\,t^2$.

Aux fentes, $y = L$: $t_F = \sqrt{\dfrac{2L}{g}}$, d'où $v_F = g\,t_F = g\sqrt{\dfrac{2L}{g}}$.

$v_F = \sqrt{2\,g\,L}$, vitesse verticale dirigée vers le bas.

PIÈGE
Oublier de justifier les constantes d'intégration. Ce sont les conditions initiales (vitesse nulle, atome en O) qui les annulent : il faut l'écrire.

MÉTHODE
Plus rapide : conservation de l'énergie mécanique entre le piège et les fentes, $\dfrac{1}{2}\,m\,v_F^2 = m\,g\,L$. Mais elle ne donne que la valeur : la direction verticale demande les composantes de $\vec{v}$.

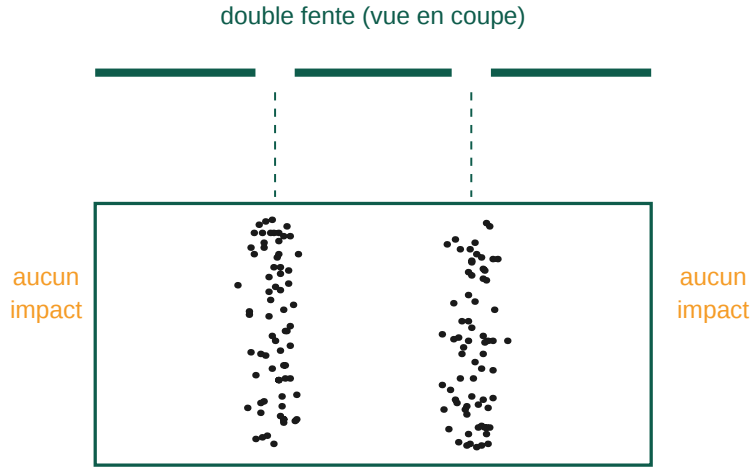
1.2 Dans le cadre de la mécanique de Newton, dessiner la répartition d'un grand nombre d'atomes détectés sur l'écran.

En mécanique de Newton, chaque atome est un corpuscule qui suit une trajectoire verticale : il traverse l'une des deux fentes, ou il est arrêté par la plaque.

Les impacts se regroupent donc à la verticale de chaque fente.

Deux taches d'impacts sur l'écran, une sous chaque fente, et aucun impact ailleurs.

COMPRENDRE
Ce dessin n'a que deux bandes. L'expérience en montre davantage, avec des zones sans impact entre elles : le modèle de Newton ne suffit pas, d'où la partie 2.



1.2 · Répartition attendue en mécanique de Newton : deux taches, une sous chaque fente

2.1 La figure obtenue sur l'écran est une figure d'interférences. Quel caractère de la matière est ainsi mis en évidence ?

Les interférences sont un phénomène propre aux ondes.

L'expérience met en évidence le caractère **ondulatoire** de la matière.

COMPRENDRE
Chaque impact reste ponctuel (aspect corpusculaire), mais la répartition des 6000 impacts dessine des franges (aspect ondulatoire). Les ondes de matière ne figurent plus au programme actuel de spécialité.

2.2 Quelle relation lie les grandeurs p, m et v_F au niveau de la fente ? Préciser l'unité de chaque grandeur.

La quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse.

$p = m\,v_F$, avec p en $\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, m en kg et v_F en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

COMPRENDRE
La quantité de mouvement n'est plus au programme actuel de spécialité : on y écrit la deuxième loi de Newton avec $m\,\vec{a}$ seulement.

2.3 Montrer que la longueur d'onde λ_{th} associée à un atome de néon au niveau de la double fente vaut $1{,}6 \times 10^{-8}$ m.

Données utiles $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $m = 3{,}35 \times 10^{-26}$ kg ; $v_F = 1{,}2$ m · s^{-1}

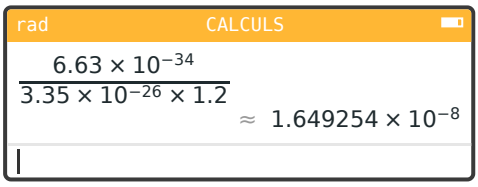
Relation de de Broglie avec $p = m\,v_F$ (2.2) : $\lambda_{th} = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{m\,v_F}$

$$\lambda_{th} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{3{,}35 \times 10^{-26} \times 1{,}2} = 1{,}65 \times 10^{-8}\ \text{m}$$

$\lambda_{th} = 1{,}6 \times 10^{-8}$ m : c'est la valeur attendue.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme v_F, la donnée la moins précise. La calculatrice affiche 1,649… : l'énoncé garde 1,6, on le suit.

À LA CALCULATRICE



2.4 À partir de l'annexe, déterminer avec le plus de précision possible la valeur de l'interfrange.

Données utiles annexe : figure d'interférences et son échelle (double flèche de 1 mm)

L'interfrange i est la distance entre les milieux de deux franges voisines de même nature. Pour gagner en précision, on mesure plusieurs interfranges à la fois.

L'annexe montre cinq franges riches en impacts : il y a 4 interfranges entre les milieux des deux franges extrêmes.

Mesures à la règle sur l'annexe : $4\,i$ ↔ 3,4 cm ; échelle : 1 mm ↔ 4,0 cm.

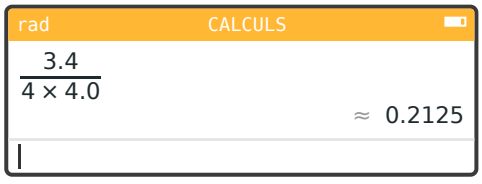
$$i = \frac{3{,}4}{4 \times 4{,}0} \times 1\ \text{mm} = 0{,}21\ \text{mm}$$

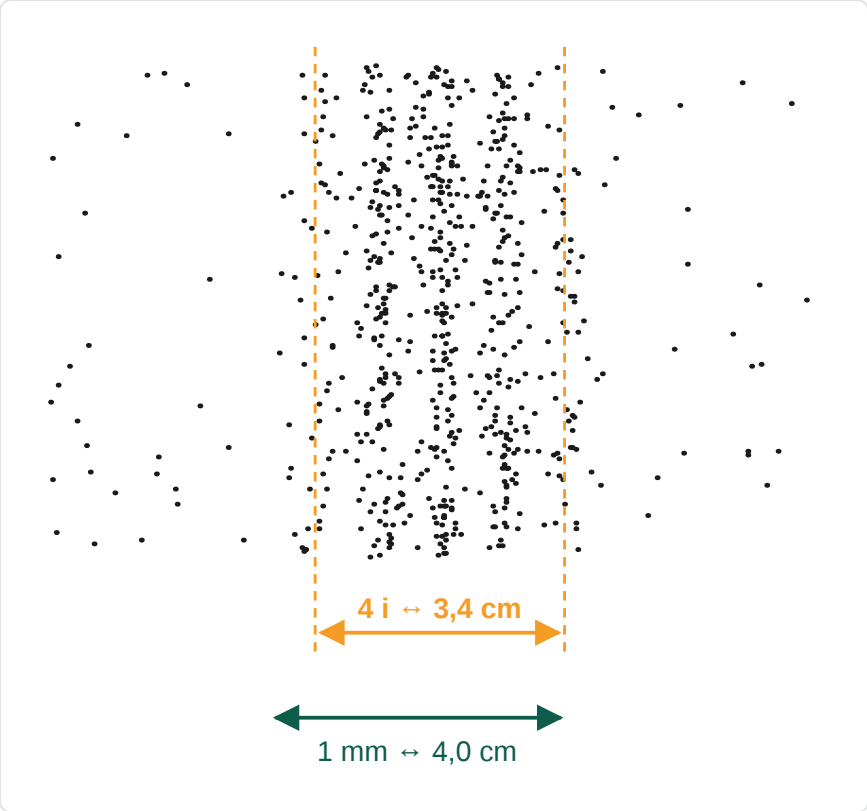
$i \approx 0{,}21$ mm, soit $2{,}1 \times 10^{-4}$ m.

PIÈGE
Mesurer un seul interfrange : l'erreur de lecture, environ 1 mm, pèse alors quatre fois plus. Autre erreur : compter 5 interfranges pour 5 franges, alors qu'il n'y en a que 4.

COMPRENDRE
Les longueurs en centimètres dépendent de l'impression de l'annexe. Seul leur rapport compte : il donne i entre 0,20 et 0,22 mm.

À LA CALCULATRICE





2.4 · Annexe complétée : quatre interfranges entre les franges extrêmes

2.5 Déterminer, parmi les trois formules proposées, celle qui permet de calculer l'interfrange. Préciser la méthode utilisée.

Données utiles $i = \frac{\lambda D}{d}$; $i = \frac{\lambda^2 d}{D}$; $i = \frac{d D}{\lambda^2}$

Méthode : analyse dimensionnelle. L'interfrange est une longueur, comme λ, D et d ; la bonne formule doit s'exprimer en mètre.

- $\frac{\lambda D}{d}$: $\frac{\text{m} \times \text{m}}{\text{m}} = \text{m}$, homogène à une longueur.
- $\frac{\lambda^2 d}{D}$: $\frac{\text{m}^2 \times \text{m}}{\text{m}} = \text{m}^2$, une surface.
- $\frac{d D}{\lambda^2}$: $\frac{\text{m} \times \text{m}}{\text{m}^2}$, sans unité.

Seule $i = \frac{\lambda D}{d}$ convient.

MÉTHODE
Entre plusieurs formules, on teste d'abord l'unité de chacune. Ici le test suffit, car une seule proposition a l'unité d'une longueur.

2.6 En déduire la valeur expérimentale λ_{exp} de la longueur d'onde de de Broglie associée aux atomes de néon.

Données utiles $i = 0{,}21$ mm (2.4) ; $d = 6\ \mu\text{m}$; $D = 113$ mm

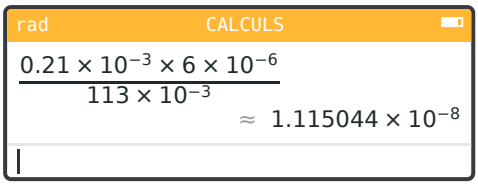
D'après 2.5 : $\lambda_{exp} = \frac{i\,d}{D}$

$$\lambda_{exp} = \frac{0{,}21 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^{-6}}{113 \times 10^{-3}} = 1{,}1 \times 10^{-8}\ \text{m}$$

$\lambda_{exp} \approx 1{,}1 \times 10^{-8}$ m (soit 1×10^{-8} m avec un seul chiffre significatif, comme d).

PIÈGE
Laisser i et D en millimètres et d en micromètres : le résultat est alors faux d'un facteur 10^6. Tout convertir en mètres avant le calcul.

À LA CALCULATRICE



2.7 Comparer les longueurs d'onde λ_{exp} et λ_{th}.

Données utiles $\lambda_{th} = 1{,}6 \times 10^{-8}$ m (2.3) ; $\lambda_{exp} = 1{,}1 \times 10^{-8}$ m (2.6)

Les deux valeurs ont le même ordre de grandeur, 10^{-8} m, mais $\lambda_{exp} < \lambda_{th}$.

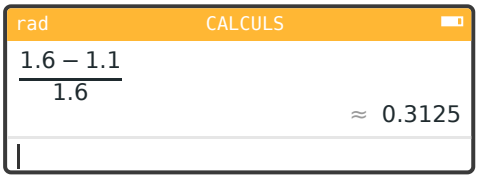
Écart relatif : $\dfrac{\lambda_{th} - \lambda_{exp}}{\lambda_{th}} = \dfrac{1{,}6 - 1{,}1}{1{,}6} = 0{,}31$

λ_{exp} est inférieure à λ_{th} d'environ 30 % : l'accord n'est pas satisfaisant.

MÉTHODE

« Comparer » deux valeurs demande une conclusion chiffrée : un écart relatif ou un rapport, puis une phrase qui dit si l'accord est acceptable.

À LA CALCULATRICE



2.8.1 La gravitation continue de s'exercer après les fentes. Comment évolue la quantité de mouvement des atomes de néon entre la double fente et l'écran ?

Entre les fentes et l'écran, les atomes tombent encore sous l'effet de la pesanteur : leur vitesse continue de croître.

Comme $p = m\,v$ avec m constante :

La quantité de mouvement **augmente** entre la double fente et l'écran.

2.8.2 Comparer qualitativement la longueur d'onde associée aux atomes de néon au niveau de la double fente et au niveau de l'écran.

D'après la relation de de Broglie, $\lambda = \dfrac{h}{p}$ avec h constante : λ varie en sens inverse de p.

Or p augmente pendant la chute (2.8.1).

La longueur d'onde est **plus petite** au niveau de l'écran qu'au niveau de la double fente.

2.8.3 À quelle longueur d'onde aurait-on dû comparer la longueur d'onde obtenue expérimentalement ?

L'interfrange est mesuré sur l'écran : λ_{exp} renseigne sur l'onde de matière telle qu'elle arrive sur l'écran, après une chute supplémentaire de hauteur D.

Il aurait fallu comparer λ_{exp} à la longueur d'onde des atomes au niveau de l'écran, plus petite que λ_{th} : cela explique que $\lambda_{exp} < \lambda_{th}$.

COMPRENDRE

Avec 1.1, la vitesse à l'écran vaut $\sqrt{2\,g\,(L+D)}$, donc $\lambda_{\text{écran}} = \lambda_{th}\sqrt{\dfrac{L}{L+D}} \approx 1{,}0 \times 10^{-8}$ m, avec $L = 76$ mm et $D = 113$ mm : très proche de λ_{exp}.

À LA CALCULATRICE

