Corrigé complet — Bac S 2016 Liban (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Vol Zéro-G** Chute libre · Conservation de l'énergie mécanique · Champ de pesanteur et gravitation · Deuxième loi de Newton · Équations horaires · Mouvement parabolique	6 pts	1 h	8 questions	p. 2
Ex 2	**La soie d'araignée** Acides aminés et stéréoisomérie · Spectroscopie RMN du proton · Mécanisme réactionnel et synthèse peptidique · Diffraction de la lumière · Incertitudes de mesure · Analyse dimensionnelle	9 pts	1 h 30	21 questions	p. 7
Ex 3	**étude d'une lotion capillaire** Liaison hydrogène et miscibilité · Séparation par décantation · Chromatographie sur couche mince · Titrage conductimétrique · Pourcentage massique	5 pts	50 min	11 questions	p. 14
Ex 4	**Spécialité : Extraction de la bauxite** Titrage conductimétrique · Réaction acide-base · Dilution · Quantité de matière et stœchiométrie · Débits massique et volumique · Résolution de problème	5 pts	50 min	2 questions	p. 19

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Vol Zéro-G

Bac S 2016 Liban (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Rappeler la condition que doit vérifier l'énergie mécanique d'un système lorsqu'il est en chute libre.

Un système en chute libre n'est soumis qu'à son poids, qui est une force conservative.

Son énergie mécanique $E_m = E_c + E_{pp}$ se conserve : elle garde la même valeur à chaque instant.

COMPRENDRE
L'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur varient toutes les deux ; c'est leur somme qui reste constante. Ce que l'avion perd en vitesse, il le gagne en altitude.

1.2 Les caractéristiques de la trajectoire parabolique suivie par l'avion sont-elles compatibles avec une chute libre ? Argumenter avec un calcul d'énergie.

Données utiles $m = 1{,}5 \times 10^5$ kg ; $g = 9{,}81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$; début de la parabole : $z_1 = 7\,600$ m, $v_1 = 527\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$; sommet : $z_2 = 8\,200$ m, $v_2 = 355\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

On compare l'énergie mécanique $E_m = \dfrac{1}{2} m v^2 + m g z$ au début de la parabole (1) et à son sommet (2), l'origine des énergies potentielles étant prise au niveau du sol.

Vitesses en unité SI : $v_1 = \dfrac{527}{3{,}6} = 146\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_2 = \dfrac{355}{3{,}6} = 98{,}6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Au début de la parabole :

$$E_{c1} = \frac{1}{2} \times 1{,}5 \times 10^5 \times \left(\frac{527}{3{,}6}\right)^2 = 1{,}61 \times 10^9\ \text{J}$$

$$E_{pp1} = 1{,}5 \times 10^5 \times 9{,}81 \times 7\,600 = 1{,}118 \times 10^{10}\ \text{J}$$

d'où $E_{m1} = E_{c1} + E_{pp1} = 1{,}279 \times 10^{10}$ J.

Au sommet :

$$E_{c2} = \frac{1}{2} \times 1{,}5 \times 10^5 \times \left(\frac{355}{3{,}6}\right)^2 = 7{,}29 \times 10^8\ \text{J}$$

$$E_{pp2} = 1{,}5 \times 10^5 \times 9{,}81 \times 8\,200 = 1{,}207 \times 10^{10}\ \text{J}$$

d'où $E_{m2} = E_{c2} + E_{pp2} = 1{,}280 \times 10^{10}$ J.

Les deux valeurs diffèrent de moins de $0{,}1\ \%$: avec la précision des données, elles sont égales.

$E_{m1} = E_{m2} = 1{,}3 \times 10^{10}$ J : l'énergie mécanique se conserve, les caractéristiques du vol sont compatibles avec une chute libre.

PIÈGE
Laisser les vitesses en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$: l'énergie cinétique serait multipliée par $3{,}6^2 \approx 13$ et la conservation n'apparaîtrait plus.

COMPRENDRE
La masse n'a que deux chiffres significatifs : le résultat s'écrit $1{,}3 \times 10^{10}$ J. Les chiffres supplémentaires gardés dans le calcul servent seulement à la comparaison.

COMPRENDRE
L'avion subit aussi la poussée des réacteurs et les actions de l'air. Le pilote règle la poussée pour qu'elles se compensent : tout se passe comme si le poids agissait seul.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{527}{3.6} \approx 146.3889$

$\frac{355}{3.6} \approx 98.61111$

$0.5 \times 1.5 \times 10^5 \times \left(\frac{527}{3.6}\right)^2 \approx 1.607228 \times 10^9$

$1.5 \times 10^5 \times 9.81 \times 7600 \approx 1.11834 \times 10^{10}$

$0.5 \times 1.5 \times 10^5 \times \left(\frac{355}{3.6}\right)^2 \approx 7.293113 \times 10^8$

$1.5 \times 10^5 \times 9.81 \times 8200 \approx 1.20663 \times 10^{10}$

$1.607228009 \times 10^9 + 1.11834 \times 10^{10} \approx 1.279063 \times 10^{10}$

$7.293113426 \times 10^8 + 1.20663 \times 10^{10} \approx 1.279561 \times 10^{10}$

2.1 Montrer que l'intensité de la pesanteur à l'altitude h s'écrit $g_h = G\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2}$.

Un objet de masse m situé à l'altitude h se trouve à la distance $R_T + h$ du centre de la Terre. La Terre exerce sur lui une force d'attraction gravitationnelle de valeur :

$$F = G\frac{m\,M_T}{(R_T+h)^2}$$

On assimile le poids de l'objet, de valeur $P = m\,g_h$, à cette force :

$$m\,g_h = G\frac{m\,M_T}{(R_T+h)^2}$$

En simplifiant par m :

$$\boxed{g_h = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}}$$

PIÈGE

La distance qui intervient dans la loi de la gravitation se mesure depuis le centre de la Terre : c'est $R_T + h$, et non l'altitude h seule.

COMPRENDRE

La masse m de l'objet disparaît : l'intensité de la pesanteur ne dépend que de l'astre et de la position, pas de l'objet qui s'y trouve.

2.2 Justifier, à partir du résultat précédent, qu'il est légitime de considérer que l'intensité de la pesanteur est constante lors d'un vol Zéro-G.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6{,}38 \times 10^6$ m ; altitude comprise entre 7 600 m et 8 200 m

Pendant la parabole, l'altitude varie entre $h_1 = 7\,600$ m et $h_2 = 8\,200$ m. On calcule g_h aux deux extrémités :

$$g_{h_1} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}97 \times 10^{24}}{(6{,}38 \times 10^6 + 7\,600)^2} = 9{,}76\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$g_{h_2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}97 \times 10^{24}}{(6{,}38 \times 10^6 + 8\,200)^2} = 9{,}76\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

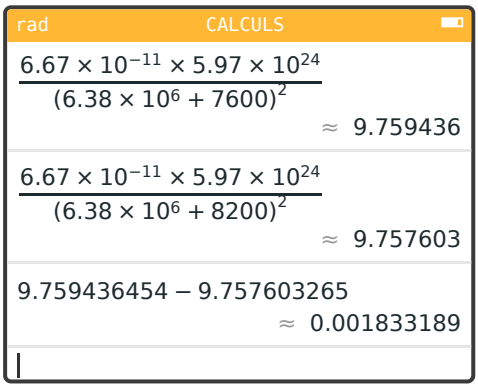
L'écart entre les deux valeurs, $0{,}002\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$, représente environ $0{,}02\ \%$ de g_h.

$g_{h_1} = g_{h_2} = 9{,}76\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ avec trois chiffres significatifs : l'intensité de la pesanteur peut être considérée comme constante pendant le vol.

PIÈGE
Oublier le carré au dénominateur, ou additionner R_T en mètres et une altitude convertie en kilomètres.

MÉTHODE
Argument sans calcul, également recevable : l'altitude ne varie que de 600 m, valeur négligeable devant $R_T + h \approx 6{,}39 \times 10^6$ m. Le dénominateur ne change donc presque pas.

À LA CALCULATRICE



3.1 Énoncer la deuxième loi de Newton.

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre de masse :

$$\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$$

PIÈGE
Un énoncé complet précise le référentiel galiléen et le caractère vectoriel de la relation. La formule seule ne rapporte pas tous les points.

COMPRENDRE
En 2016, la loi s'énonçait avec la quantité de mouvement $\vec{p} = m\,\vec{v}$: $\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$. Cette notion n'est plus au programme de spécialité ; à masse constante, les deux écritures sont équivalentes.

3.2 Montrer que les équations horaires d'un système en chute libre sont $x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t$ et $y(t) = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t$.

Système {avion}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ du sujet. En chute libre, la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$. Comme $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas :

$$a_x = 0 \qquad a_y = -g$$

Puisque $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives : $v_x = C_1$ et $v_y = -g\,t + C_2$.

À $t = 0$, $\vec{v} = \vec{v}_0$ de coordonnées $(v_0 \cos\alpha\ ;\ v_0 \sin\alpha)$, donc $C_1 = v_0 \cos\alpha$ et $C_2 = v_0 \sin\alpha$:

$$v_x = v_0 \cos\alpha \qquad v_y = -g\,t + v_0 \sin\alpha$$

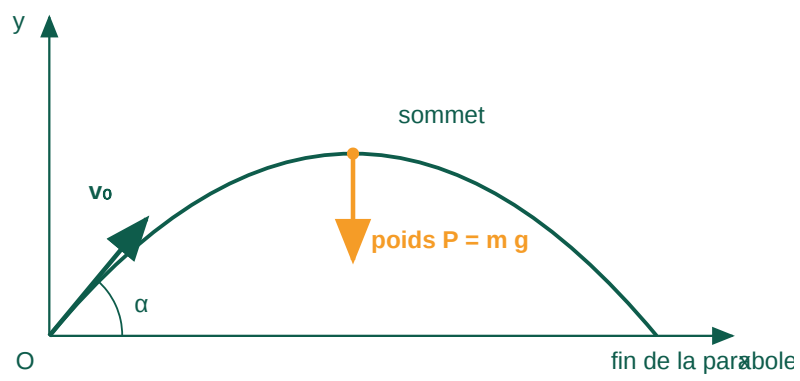
Puisque $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche à nouveau les primitives : $x = v_0 \cos(\alpha)\, t + C_3$ et $y = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t + C_4$.

À $t = 0$, l'avion est en O : $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$, donc $C_3 = C_4 = 0$.

$$\boxed{x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t \text{ et } y(t) = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t}$$

PIÈGE
Écrire $a_y = +g$ alors que l'axe Oy est orienté vers le haut, ou inverser cosinus et sinus : l'angle α est mesuré par rapport à l'horizontale.

MÉTHODE
Toujours la même chaîne : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton, projection, puis deux recherches de primitives. Chaque constante se détermine avec une condition initiale, sur la vitesse puis sur la position.



3.2 · Repère du sujet, vitesse initiale et poids de l'avion

3.3 En exploitant les équations horaires, calculer la durée d'apesanteur. Ce résultat est-il cohérent avec la donnée du document 2 ?

Données utiles $v_0 = 527\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$; $\alpha = 47^\circ$; $g = 9{,}8\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}}$; durée annoncée : 22 s

La phase d'apesanteur se termine lorsque l'avion revient à son altitude de départ, c'est-à-dire lorsque $y(t) = 0$ avec $t \neq 0$:

$$-\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t = 0 \iff t\left(-\frac{1}{2} g\, t + v_0 \sin\alpha\right) = 0$$

La solution $t = 0$ correspond au départ ; on retient l'autre :

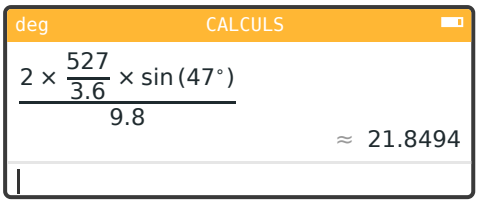
$$t = \frac{2\, v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2 \times \dfrac{527}{3{,}6} \times \sin(47^\circ)}{9{,}8} = 21{,}8\ \mathrm{s}$$

$t \approx 22$ s : le résultat est cohérent avec la durée d'apesanteur de 22 s indiquée dans le document 2.

PIÈGE
Calculatrice réglée en radians : $\sin(47)$ devient $0{,}12$ et la durée tombe à moins de 4 s. Vérifier le mode degrés et la conversion de v_0 en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

COMPRENDRE
Le modèle redonne aussi les autres lignes du document 2 : hauteur maximale $\dfrac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g} \approx 585$ m (pour 600 m) et vitesse au sommet $v_0 \cos\alpha \approx 359\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ (pour 355).

À LA CALCULATRICE



3.4 Quels paramètres faut-il modifier pour augmenter la durée d'apesanteur ? Cela semble-t-il possible ?

Données utiles $t = \dfrac{2\,v_0 \sin\alpha}{g}$ (3.3)

D'après l'expression $t = \dfrac{2\,v_0 \sin\alpha}{g}$, et comme g est imposé, deux paramètres peuvent allonger la durée :

- la vitesse v_0 au début de la parabole, qu'il faut augmenter ;
- l'angle α avec l'horizontale, qu'il faut augmenter pour le rapprocher de $90°$, car $\sin\alpha$ croît entre $0°$ et $90°$.

Ces deux modifications paraissent difficiles à réaliser. L'avion est un gros porteur de 150 tonnes : aller plus vite demanderait des réacteurs bien plus puissants, et se cabrer davantage soumettrait sa structure à des contraintes excessives et rendrait le pilotage délicat.

Il faudrait augmenter v_0 ou α ; pour un avion de cette taille, la marge de progression est très limitée.

COMPRENDRE

La masse de l'avion n'apparaît pas dans l'expression de la durée : alléger l'appareil ne changerait rien à la durée de la chute libre.

La soie d'araignée

Bac S 2016 Liban (ancien programme) · Exercice 2 **9 points** **Durée conseillée 1 h 30**

1.1 Pourquoi les molécules de glycine et d'alanine appartiennent-elles à la famille des acides aminés ?

Chacune des deux molécules porte à la fois un groupe amino $-NH_2$ (fonction amine) et un groupe carboxyle $-COOH$ (fonction acide carboxylique).

Une molécule qui possède ces deux groupes est un acide aminé : c'est le cas de la glycine et de l'alanine.

MÉTHODE
Pour justifier l'appartenance à une famille, entourer les groupes caractéristiques sur la formule, les nommer, puis citer la fonction associée.

1.2 La molécule de glycine possède-t-elle des stéréoisomères ? Argumenter.

Un atome de carbone asymétrique est lié à quatre atomes ou groupes d'atomes tous différents. Dans la glycine, le carbone du groupe CH_2 porte deux atomes d'hydrogène identiques et le carbone du groupe carboxyle n'a que trois voisins : aucun carbone n'est asymétrique, donc pas d'énantiomères.

La molécule ne contient pas non plus de double liaison $C=C$: pas de diastéréoisomères Z/E.

Non : la glycine n'a aucun stéréoisomère de configuration.

COMPRENDRE
Des rotations autour des liaisons simples donnent des conformations différentes, mais il s'agit toujours de la même molécule. La stéréoisomérie (carbone asymétrique, Cram, énantiomères) ne figure plus au programme actuel de spécialité.

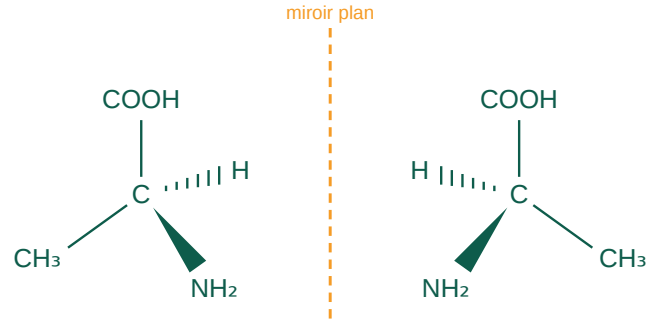
1.3 Donner la représentation de Cram des deux stéréoisomères de l'alanine, puis justifier le type de relation de stéréoisomérie qui les lie.

Le carbone central de l'alanine est lié à quatre groupes différents ($-H$, $-CH_3$, $-NH_2$, $-COOH$) : il est asymétrique. On le place au centre de chaque représentation (voir la figure).

Chaque molécule est l'image de l'autre par rapport à un plan (miroir), et on ne peut pas les superposer.

Les deux stéréoisomères de l'alanine sont des énantiomères.

PIÈGE
Dessiner deux fois la même molécule simplement tournée. Pour obtenir l'énantiomère à coup sûr, tracer l'image dans un miroir, ou échanger deux des quatre groupes portés par le carbone asymétrique.



1.3 · Les deux énantiomères de l'alanine en représentation de Cram : trait plein dans le plan, coin plein vers l'avant, hachures vers l'arrière

1.4 Indiquer le nombre de protons équivalents dans la glycine et dans l'alanine, puis prévoir le nombre et la multiplicité des signaux de leurs spectres de RMN du proton.

Règle utilisée : un groupe de protons équivalents ayant n protons voisins (portés par les carbones adjacents) donne un signal de $n+1$ pics. D'après l'énoncé, les protons liés à O ou à N ne comptent pas comme voisins et ne sont pas couplés.

Glycine H_2N-CH_2-COOH : trois groupes de protons équivalents.

- NH_2 (2 H) : singulet ;
- CH_2 (2 H), aucun voisin porté par un carbone : singulet ;
- OH (1 H) : singulet.

Alanine $H_2N-CH(CH_3)-COOH$: quatre groupes de protons équivalents.

- NH_2 (2 H) : singulet ;
- OH (1 H) : singulet ;
- CH (1 H), trois voisins sur CH_3 : quadruplet ;
- CH_3 (3 H), un voisin sur CH : doublet.

Glycine : 3 signaux, tous des singulets. Alanine : 4 signaux, deux singulets, un doublet et un quadruplet.

PIÈGE
Compter les protons de NH_2 comme voisins du CH ou du CH_2 : l'énoncé l'interdit. Sans cette précision, on annoncerait à tort un triplet pour le CH_2 de la glycine.

COMPRENDRE
La prévision de la multiplicité des signaux de RMN (règle des $n+1$ pics) appartenait au programme du bac S ; elle n'est plus exigée dans le programme actuel de spécialité.

2.1 Nommer la nouvelle fonction chimique présente dans le dipeptide Gly-Gly.

Au centre du dipeptide apparaît l'enchaînement $-CO-NH-$: un atome d'azote lié au carbone d'un groupe carbonyle. Cet enchaînement n'existe pas dans la glycine.

La nouvelle fonction est la fonction amide (liaison peptidique).

PIÈGE
Répondre « amine » ou « cétone » en lisant séparément NH et $C=O$. Les deux sont liés l'un à l'autre : ils forment un seul groupe caractéristique, le groupe amide.

2.2.1 Recopier l'étape A du mécanisme et la compléter par les flèches courbes nécessaires. Justifier l'orientation de la flèche conduisant à la formation de la liaison.

Données utiles $\chi(C) < \chi(O)$

La liaison formée relie l'atome d'azote d'une molécule de glycine à l'atome de carbone du groupe carboxyle de l'autre.

- L'atome d'azote porte un doublet non liant : c'est un site donneur de doublet d'électrons.
- Ce carbone est lié à deux atomes d'oxygène plus électronégatifs que lui : les liaisons sont polarisées, il porte une charge partielle positive. C'est un site accepteur de doublet.

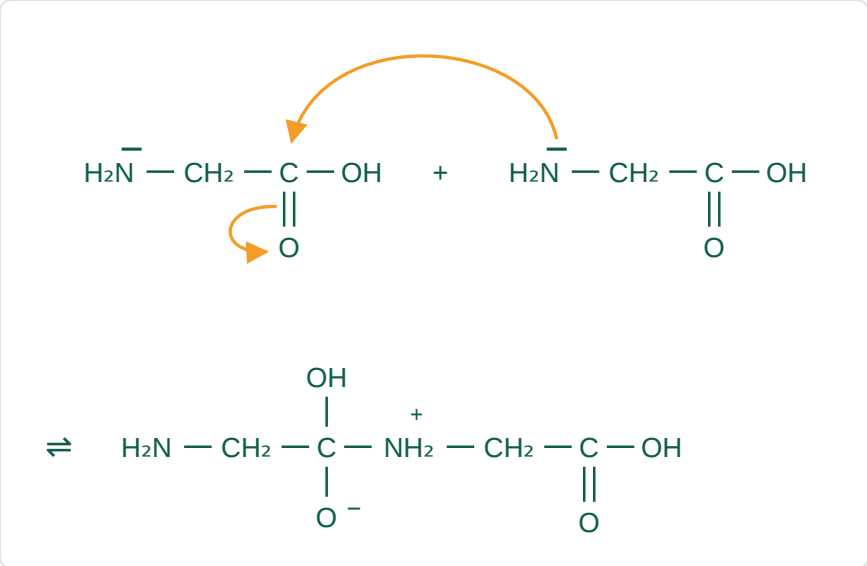
Une flèche courbe représente le déplacement d'un doublet d'électrons : elle part du doublet non liant de N et pointe vers l'atome C.

Une seconde flèche part de la double liaison $C=O$ et pointe vers l'atome O, plus électronégatif, qui récupère ce doublet et porte alors une charge négative.

Deux flèches courbes : du doublet non liant de N (donneur) vers C (accepteur), puis de la double liaison $C=O$ vers O.

PIÈGE
Faire partir la flèche de l'atome accepteur ou d'une charge. Une flèche courbe part toujours d'un doublet d'électrons (non liant ou de liaison) et arrive sur un atome ou entre deux atomes.

MÉTHODE
Comparer réactifs et produits de l'étape : chaque liaison formée ou rompue correspond à une flèche. Vérifier ensuite les charges : N, qui a donné un doublet, devient positif ; O, qui en a reçu un, devient négatif.



2.2.1 · Étape A recopiée : les deux flèches courbes sont en orange (seul le doublet non liant qui réagit est dessiné)

2.2.2 L'étape B correspond à une « réaction acido-basique intramoléculaire ». Justifier cette appellation.

Une réaction acido-basique est un transfert d'ion hydrogène H^+ d'un acide vers une base. Au cours de l'étape B, le groupe $-NH_2^{+-}$ perd un ion H^+ et devient $-NH-$, tandis que le groupe $-OH$ porté par le carbone voisin le capte et devient $-OH_2^+$.

Le groupe qui cède H^+ et celui qui le reçoit appartiennent à la même molécule.

Transfert d'un ion H^+ (acido-basique) entre deux sites d'une même molécule (intramoléculaire).

2.2.3 À quelle catégorie de réaction appartient l'étape C du mécanisme ? Justifier.

Au cours de l'étape C, une molécule d'eau se détache de la molécule de départ et une double liaison $C=O$ se forme. Des atomes sont retirés sans être remplacés, et une liaison multiple apparaît.

C'est une élimination.

MÉTHODE
Addition : une liaison multiple disparaît, des atomes s'ajoutent. Élimination : des atomes partent, une liaison multiple se crée. Substitution : un atome ou un groupe en remplace un autre.

2.3 Combien de dipeptides différents peut-on a priori obtenir par synthèse peptidique d'un mélange de glycine et d'alanine, sous la forme d'un unique énantiomère chacun ? Argumenter.

Sans protection, le groupe carboxyle de n'importe quelle molécule peut réagir avec le groupe amino de n'importe quelle autre. En notant en premier l'acide aminé qui engage son groupe carboxyle :

- Gly-Gly (deux glycines) ;
- Ala-Ala (deux alanines) ;
- Gly-Ala (carboxyle de la glycine, amino de l'alanine) ;
- Ala-Gly (carboxyle de l'alanine, amino de la glycine).

Gly-Ala et Ala-Gly ne sont pas la même molécule : l'enchaînement des atomes diffère.

On peut obtenir 4 dipeptides différents.

PIÈGE
Compter trois dipeptides en confondant Gly-Ala et Ala-Gly. L'ordre a un sens : l'extrémité NH_2 libre n'est pas portée par le même acide aminé.

COMPRENDRE
La précision « un unique énantiomère » évite de multiplier les cas : avec les deux énantiomères de l'alanine, chaque dipeptide contenant Ala existerait sous plusieurs formes stéréoisomères.

2.4 Préciser la ou les fonctions à protéger sur la glycine et sur l'alanine pour obtenir uniquement le dipeptide Gly-Ala.

Dans la formule de Gly-Ala, le groupe NH_2 libre est porté par le fragment glycine ($H_2N-CH_2-CO^-$) et le groupe $COOH$ libre par le fragment alanine ($-NH-CH(CH_3)-COOH$). La liaison amide s'est donc formée entre le groupe carboxyle de la glycine et le groupe amino de l'alanine.

Les deux autres fonctions ne doivent pas réagir.

Il faut protéger la fonction amine de la glycine et la fonction acide carboxylique de l'alanine.

MÉTHODE
Repérer sur le produit la liaison créée et retrouver les deux groupes qui l'ont formée : ceux-là restent libres. Tous les autres groupes réactifs sont protégés, puis déprotégés après la synthèse.

3.1 Quel caractère de la lumière est mis en évidence par l'apparition d'une figure de diffraction ?

La diffraction est un phénomène propre aux ondes : il se manifeste lorsqu'une onde rencontre un obstacle ou une ouverture de petite dimension.

L'apparition d'une figure de diffraction révèle le caractère ondulatoire de la lumière.

3.2 Rappeler l'expression qui lie a, θ et λ, puis démontrer que $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$.

Diffraction par un fil de diamètre a : $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$, avec θ en radian, λ et a en mètre.

Sur le schéma en vue de dessus, dans le triangle rectangle dont les sommets sont le fil, le centre de la tache et un bord de la tache centrale, le côté opposé à θ mesure $\dfrac{L}{2}$ et le côté adjacent D :

$$\tan\theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

L'angle étant petit, $\tan\theta \approx \theta$, donc $\theta = \dfrac{L}{2D}$.

En égalant les deux expressions de θ : $\dfrac{\lambda}{a} = \dfrac{L}{2D}$.

$L = \dfrac{2\lambda D}{a}$, ce qui est l'expression attendue.

PIÈGE
Écrire $\tan\theta = \dfrac{L}{D}$: l'angle θ est mesuré entre l'axe et le bord de la tache, il ne correspond qu'à la demi-largeur $\dfrac{L}{2}$.

3.3 Calculer, en m puis en µm, le diamètre a du fil d'araignée.

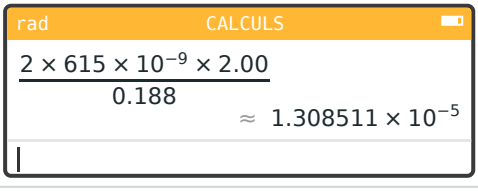
Données utiles $\lambda = 615$ nm ; $D = 2{,}00$ m ; $L = 18{,}8$ cm

D'après la question 3.2 : $a = \dfrac{2\lambda D}{L}$, avec $\lambda = 615 \times 10^{-9}$ m et $L = 0{,}188$ m.

$$a = \frac{2 \times 615 \times 10^{-9} \times 2{,}00}{0{,}188} = 1{,}31 \times 10^{-5}\ \text{m}$$

$a = 1{,}31 \times 10^{-5}\ \text{m} = 13{,}1\ \mu\text{m}$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Oublier de convertir λ en mètre et L en mètre. Pour passer en micromètre : $1\ \mu\text{m} = 10^{-6}$ m, donc $1{,}31 \times 10^{-5}\ \text{m} = 13{,}1 \times 10^{-6}$ m.

COMPRENDRE
Les trois données (λ, D, L) ont trois chiffres significatifs : le résultat en garde trois. Le facteur 2 est un nombre exact, il ne limite pas la précision.

3.4 Exprimer le résultat de la mesure du diamètre a sous la forme d'un encadrement.

Données utiles $a = 13{,}1$ µm (3.3) ; $U(D) = 0{,}01$ m ; $U(L) = 0{,}4$ cm

De la relation fournie : $U(a) = a\sqrt{\left(\frac{U(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{U(L)}{L}\right)^2}$

$$U(a) = 13{,}1 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}01}{2{,}00}\right)^2 + \left(\frac{0{,}4}{18{,}8}\right)^2} = 0{,}29 \text{ µm}$$

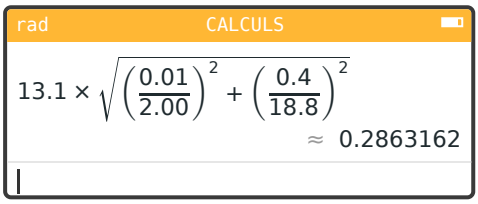
L'incertitude est arrondie par excès à un chiffre significatif : $U(a) = 0{,}3$ µm, soit $a = 13{,}1 \pm 0{,}3$ µm.

$12{,}8 \text{ µm} \leqslant a \leqslant 13{,}4 \text{ µm}$

COMPRENDRE
Le terme en L (2,1 %) l'emporte largement sur le terme en D (0,5 %) : c'est la mesure de la largeur de la tache qui limite la précision.

MÉTHODE
Dans chaque rapport, l'incertitude et la grandeur sont dans la même unité (m avec m, cm avec cm) : le rapport est sans unité et $U(a)$ sort dans l'unité de a.

À LA CALCULATRICE



3.5 Déterminer le diamètre a du fil à partir du cliché pris au microscope et donner le résultat assorti de son incertitude absolue $U(a)$.

Données utiles mesures à la règle sur le cliché du sujet : barre d'échelle de 3,1 cm pour 100 µm ; épaisseur du fil $d = 0{,}4$ cm ; $U(d) = 0{,}05$ cm (demi-graduation)

Par proportionnalité avec l'échelle :

$$a = \frac{100 \times 0{,}4}{3{,}1} = 13 \text{ µm}$$

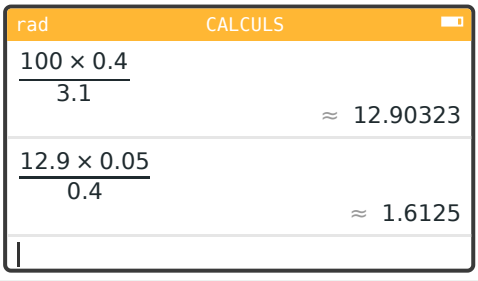
Incertitude : $U(a) = a \times \frac{U(d)}{d} = 12{,}9 \times \frac{0{,}05}{0{,}4} = 1{,}6$ µm, arrondie par excès à 2 µm.

$a = 13 \pm 2$ µm

PIÈGE
Donner $a = 12{,}9 \pm 2$ µm : la valeur s'écrit avec la même précision que son incertitude, donc à l'unité près ici.

COMPRENDRE
Les longueurs mesurées dépendent de la taille d'impression du sujet, mais leur rapport reste le même. Une autre estimation raisonnable de $U(d)$, par exemple 1 mm, est acceptée si elle est annoncée.

À LA CALCULATRICE



3.6 La mesure par diffraction du diamètre du fil est-elle cohérente avec la mesure effectuée au microscope optique ?

Données utiles diffraction : $a = 13{,}1 \pm 0{,}3$ µm (3.4) ; microscope : $a = 13 \pm 2$ µm (3.5)

Intervalle obtenu par diffraction : de 12,8 µm à 13,4 µm.

Intervalle obtenu au microscope : de 11 µm à 15 µm.

Le premier intervalle est entièrement contenu dans le second : les deux intervalles ont des valeurs communes.

Les deux mesures sont cohérentes, compte tenu de leurs incertitudes.

MÉTHODE
Deux mesures d'une même grandeur sont compatibles si leurs intervalles (valeur $\pm$ incertitude) se recouvrent. Comparer seulement les deux valeurs centrales ne suffit pas.

3.7 Quelle méthode est-il préférable d'utiliser pour réaliser cette mesure ? Justifier.

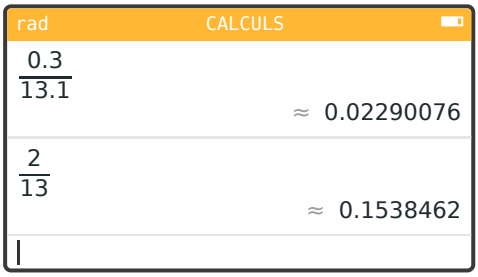
Incertitude relative par diffraction : $\dfrac{0{,}3}{13{,}1} \approx 2\ \%$. Incertitude relative au microscope : $\dfrac{2}{13} \approx 15\ \%$.

L'intervalle obtenu par diffraction est beaucoup plus étroit.

La mesure par diffraction est préférable, car elle est la plus précise.

COMPRENDRE
Sur l'écran, la tache mesure près de 19 cm : une erreur de quelques millimètres pèse peu. Sur le cliché, le fil ne mesure que 4 mm et une demi-graduation représente déjà plus de 10 % de la mesure.

À LA CALCULATRICE



4.1 Par une analyse dimensionnelle, vérifier que le module de traction d'une fibre élastique s'exprime en $\mathrm{N \cdot m^{-2}}$.

De $\Delta L = \dfrac{F\,L_0}{E\,\pi\,R^2}$ on tire $E = \dfrac{F\,L_0}{\Delta L\,\pi\,R^2}$.

F s'exprime en N ; L_0, ΔL et R en m ; π est sans unité. L'unité de E est donc :

$$\frac{\mathrm{N \times m}}{\mathrm{m \times m^2}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}}$$

E s'exprime bien en $\mathrm{N \cdot m^{-2}}$.

COMPRENDRE
Une force divisée par une surface : E a la même unité qu'une pression ($1\ \mathrm{N \cdot m^{-2}} = 1$ Pa).

4.2 Vérifier que les valeurs expérimentales sont en accord avec la valeur du module de traction de la soie de néphile clavipes fournie dans l'énoncé.

Données utiles $R = 2{,}5$ µm ; $L_0 = 6{,}5$ cm ; $L = 7{,}7$ cm ; $F = 0{,}03$ N ; tableau : $E = 8 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^{-2}}$

Allongement : $\Delta L = L - L_0 = 7{,}7 - 6{,}5 = 1{,}2\ \mathrm{cm} = 1{,}2 \times 10^{-2}$ m.

$$E = \frac{F\,L_0}{\Delta L\,\pi\,R^2} = \frac{0{,}03 \times 6{,}5 \times 10^{-2}}{1{,}2 \times 10^{-2} \times \pi \times (2{,}5 \times 10^{-6})^2} = 8 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^{-2}}$$

$E \approx 8 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^{-2}}$: on retrouve la valeur du tableau, les mesures sont en accord avec l'énoncé.

PIÈGE
Laisser R en micromètre : $R = 2{,}5 \times 10^{-6}$ m, et c'est R qui est au carré. Une erreur de conversion fausse ici le résultat d'un facteur 10^{12} .

COMPRENDRE
$F = 0{,}03$ N n'a qu'un chiffre significatif : le résultat s'écrit 8×10^9 et non $8{,}28 \times 10^9$. Le rapport $L_0/\Delta L$ peut rester en centimètres, les unités se simplifient.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.03 \times 6.5 \times 10^{-2}}{1.2 \times 10^{-2} \times \pi \times (2.5 \times 10^{-6})^2} \approx 8.276057 \times 10^{9}$$

4.3 Expliquer comment varie l'élasticité d'une fibre en fonction de son module de traction, puis comparer les propriétés élastiques de la soie de néphile clavipes, du cheveu, du nylon et de la laine.

Données utiles E en $\mathrm{N \cdot m^{-2}}$: nylon 3×10^9 ; soie 8×10^9 ; cheveu 10×10^9 ; laine 14×10^9

D'après $\Delta L = \dfrac{F\,L_0}{E\,\pi\,R^2}$, pour une même force et des fibres de mêmes dimensions, l'allongement est inversement proportionnel à E : plus le module de traction est grand, moins la fibre s'allonge, donc moins elle est élastique.

On classe les fibres par module croissant : nylon, soie d'araignée, cheveu, laine.

Du plus élastique au moins élastique : nylon, soie de néphile clavipes, cheveu, laine.

PIÈGE
Associer un grand module à une grande élasticité. E est au dénominateur : un module élevé caractérise une fibre rigide, qui se déforme peu.

4.4 Calculer la masse maximale que l'on peut suspendre verticalement à un fil de soie de néphile clavipes avant sa rupture.

Données utiles $R = 2{,}5$ µm ; allongement maximal : 35 % ; $E = 8 \times 10^9$ $\mathrm{N \cdot m^{-2}}$; $g = 9{,}8$ $\mathrm{N \cdot kg^{-1}}$

À la limite de rupture, $\Delta L = 0{,}35\,L_0$. La relation du modèle donne :

$$0{,}35\,L_0 = \frac{F_{\max}\,L_0}{E\,\pi\,R^2} \quad \text{soit} \quad F_{\max} = 0{,}35\,E\,\pi\,R^2$$

La masse suspendue est immobile : la force de traction qu'elle exerce sur le fil a la valeur de son poids, $F_{\max} = m_{\max}\,g$.

D'où $m_{\max} = \dfrac{0{,}35\,E\,\pi\,R^2}{g}$:

$$m_{\max} = \frac{0{,}35 \times 8 \times 10^9 \times \pi \times (2{,}5 \times 10^{-6})^2}{9{,}8} = 5{,}6 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg}$$

$m_{\max} \approx 5{,}6 \times 10^{-3}$ kg, soit environ 6 g (un seul chiffre significatif, comme E).

COMPRENDRE
La longueur L_0 se simplifie : la masse maximale ne dépend pas de la longueur du fil, seulement de sa section et du matériau.

COMPRENDRE
Un fil dix fois plus fin qu'un cheveu supporte ainsi plusieurs grammes. On admet ici que la loi de proportionnalité, donnée pour les faibles forces, reste valable jusqu'à la rupture.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.35 \times 8 \times 10^9 \times \pi \times (2.5 \times 10^{-6})^2}{9.8} \approx 0.005609987$$

étude d'une lotion capillaire

Bac S 2016 Liban (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 L'alcool dénaturé étant essentiellement de l'éthanol, interpréter la grande miscibilité de l'eau et de l'alcool.

Données utiles $\chi(\mathrm{O}) > \chi(\mathrm{C}) \approx \chi(\mathrm{H})$

L'éthanol $\mathrm{CH_3-CH_2-OH}$ possède un groupe hydroxyle. L'oxygène étant plus électronégatif que l'hydrogène, la liaison $\mathrm{O-H}$ est polarisée : O porte une charge partielle δ^- et H une charge partielle δ^+. Les liaisons $\mathrm{O-H}$ de l'eau sont polarisées de la même façon.

Des liaisons hydrogène s'établissent donc entre l'atome H (lié à O) d'une molécule et l'atome O, porteur de doublets non liants, d'une molécule voisine, aussi bien eau-éthanol qu'eau-eau.

Eau et éthanol sont deux molécules polaires qui se lient par liaisons hydrogène : elles se mélangent en toutes proportions.

PIÈGE
Écrire seulement « les deux molécules sont polaires ». L'argument attendu est la liaison hydrogène, justifiée par la polarisation de $\mathrm{O-H}$ à partir des électronégativités données.

1.2 Donner la composition chimique de chacune des deux phases de la lotion.

Données utiles tableau des solubilités dans l'eau et dans le pétrole ; liste des ingrédients

Chaque ingrédient se trouve dans la phase où sa solubilité est forte.

- Alcool et chlorure de sodium : solubilité forte dans l'eau, faible dans le pétrole.
- Chlorophylle, camphre et huiles essentielles : solubilité forte dans le pétrole, faible ou nulle dans l'eau.

Phase hydroalcoolique : eau, alcool dénaturé (éthanol), chlorure de sodium. Phase huileuse : pétrole léger, chlorophylle, camphre, huiles essentielles.

COMPRENDRE
Le chlorure de sodium est un solide ionique : il se dissout dans un solvant polaire comme l'eau. Les espèces peu polaires (camphre, huiles essentielles) préfèrent le pétrole, mélange d'hydrocarbures apolaires.

1.3 Comparer, en argumentant, la densité de la phase hydroalcoolique à celle de la phase huileuse.

La chlorophylle, qui colore en vert, est dissoute dans le pétrole : la phase verte est la phase huileuse. Sur la photographie, elle se trouve au-dessus et occupe un petit volume, ce qui s'accorde avec les 7 % annoncés.

Or, de deux liquides non miscibles, celui qui surnage est le moins dense.

La phase hydroalcoolique, située en dessous, est plus dense que la phase huileuse.

PIÈGE
Affirmer « l'huile est moins dense que l'eau » sans s'appuyer sur le document. La réponse argumentée demande d'identifier la phase verte grâce à la chlorophylle, puis d'utiliser sa position.

1.4 Proposer une méthode pour séparer les deux phases, puis pour vérifier les pourcentages en volume annoncés, en précisant la verrerie.

Données utiles flacon de 300 mL ; phase huileuse 7 % ; phase hydroalcoolique 93 %

Séparation par décantation :

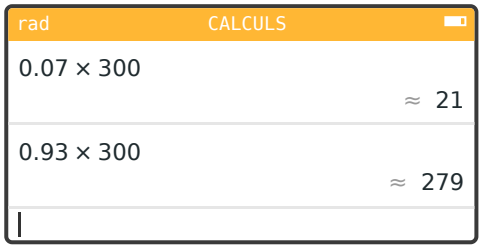
- verser tout le flacon dans une ampoule à décanter de 500 mL, robinet fermé, et laisser reposer jusqu'à ce que la surface de séparation soit nette ;
- ôter le bouchon, ouvrir le robinet et faire couler la phase inférieure, hydroalcoolique, dans une éprouvette graduée de 500 mL ; fermer le robinet à la surface de séparation ;
- recueillir la phase huileuse dans une éprouvette graduée de 25 mL.

Vérification : lire les volumes V_{hydro} et V_{huile}, puis calculer $\frac{V_{huile}}{V_{hydro}+V_{huile}}$ et $\frac{V_{hydro}}{V_{hydro}+V_{huile}}$.

On attend $V_{huile} = 0{,}07 \times 300 = 21$ mL et $V_{hydro} = 279$ mL, soit 7 % et 93 %.

MÉTHODE
Choisir chaque éprouvette juste au-dessus du volume à mesurer : 21 mL lus dans une éprouvette de 500 mL seraient bien trop imprécis.

À LA CALCULATRICE



2.1 À quelle famille de composés organiques appartient le camphre ?

La formule topologique montre un groupe carbonyle C=O dont le carbone est lié à deux autres atomes de carbone du cycle.

Le camphre est une cétone.

PIÈGE
Confondre avec un aldéhyde : dans un aldéhyde, le carbone du groupe carbonyle est en bout de chaîne et porte un atome d'hydrogène. Ici il est engagé dans un cycle.

2.2 Rédiger le protocole de la chromatographie sur couche mince (matériel, produits, sécurité) et indiquer le résultat attendu.

Données utiles éluant : cyclohexane et éthanoate d'éthyle ; révélation au diiode ; pictogrammes de sécurité

Sécurité : l'éluant est inflammable et les trois produits sont nocifs ou irritants et dangereux pour la santé. On travaille sous hotte, loin de toute flamme, avec blouse, lunettes et gants ; les déchets vont dans un bidon de récupération, car le cyclohexane et le diiode sont dangereux pour l'environnement.

Matériel et produits : cuve à chromatographie avec couvercle, plaque de silice, crayon à papier, règle, deux capillaires, pince, cuve à diiode ; éluant, phase huileuse de la lotion, solution de camphre pur (référence).

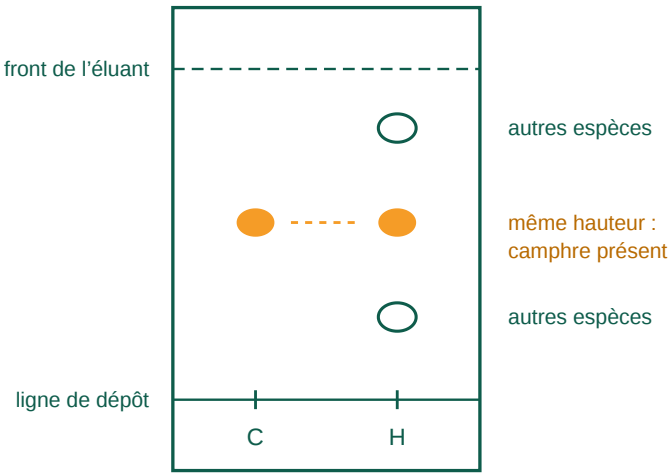
Protocole :

- verser environ 1 cm d'éluant dans la cuve et la fermer pour la saturer en vapeurs ;
- tracer au crayon la ligne de dépôt à 1,5 cm du bas de la plaque, au-dessus du niveau de l'éluant ;
- déposer sur cette ligne, avec un capillaire chacun, une goutte de camphre de référence (C) et une goutte de phase huileuse (H) ;
- placer la plaque dans la cuve, refermer et laisser monter l'éluant jusqu'à 1 cm du haut ;
- sortir la plaque, marquer le front de l'éluant, laisser sécher sous la hotte ;
- placer la plaque dans la cuve à diiode avec la pince, puis entourer les taches.

Résultat attendu : le dépôt H donne plusieurs taches, dont une à la même hauteur que la tache unique de C. La phase huileuse contient donc du camphre.

PIÈGE
Oublier le dépôt de référence : sans camphre pur sur la même plaque, aucune tache ne peut être identifiée. Tracer la ligne au stylo est aussi une faute, l'encre migrerait avec l'éluant.

COMPRENDRE
Le nombre et la position des autres taches de H sur le schéma sont arbitraires : seule compte la tache alignée avec celle de C. Le camphre est incolore, d'où la révélation au diiode.



2.2 · Chromatogramme attendu après révélation au diiode

3.1 Avec quelle verrerie a-t-on prélevé le volume d'essai $V_{ESSAI} = 10{,}0$ mL ?

Le volume est donné au dixième de millilitre : il faut une verrerie de précision.

Une pipette jaugée de 10,0 mL, munie d'un dispositif d'aspiration (propipette).

COMPRENDRE
Ce volume intervient directement dans le calcul final. Une éprouvette graduée, bien moins précise, dégraderait le résultat du titrage.

3.2 Donner deux arguments justifiant l'ajout d'environ 200 mL d'eau distillée à la prise d'essai.

- Avec 10 mL seulement, la cellule du conductimètre ne serait pas immergée : l'eau ajoutée donne un volume suffisant pour la mesure et l'agitation.
- Le volume du mélange devient grand devant le volume de solution titrante versé (20 mL au plus) : il reste presque constant, la dilution est négligeable et le graphe $\sigma = f(V)$ est formé de portions de droites.

L'eau sert à immerger la cellule et à rendre la dilution négligeable ; elle n'apporte aucun ion chlorure, le volume à l'équivalence est inchangé.

COMPRENDRE
Le volume d'eau est « environ » 200 mL : il n'intervient pas dans le calcul, une éprouvette suffit. Seule la quantité d'ions chlorure prélevée compte.

3.3 Interpréter qualitativement le changement de pente observé sur le graphe $\sigma = f(V)$.

Données utiles λ en $\text{mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$: Na^+ 5,01 ; Cl^- 7,63 ; Ag^+ 6,19 ; NO_3^- 7,14

Les ions Na^+ sont spectateurs : leur quantité ne varie pas.

Avant l'équivalence, les ions Ag^+ versés sont entièrement consommés par les ions Cl^- et forment un solide, qui ne conduit pas. Chaque ion Cl^- disparu est remplacé par un ion NO_3^-, moins conducteur ($7{,}14 < 7{,}63$) : σ diminue.

Après l'équivalence, tous les ions Cl^- ont réagi : les ions Ag^+ et NO_3^- versés s'accumulent dans le bécher, σ augmente.

La pente, négative tant que Ag^+ est le réactif limitant, devient positive quand il est en excès : la rupture de pente marque l'équivalence.

COMPRENDRE
D'après les valeurs de λ, la baisse devrait être lente et la hausse rapide. La courbe du sujet montre l'inverse : elle ne s'accorde pas avec les données, mais le raisonnement et le repérage de l'équivalence restent valables.

MÉTHODE
Pour chaque portion, lister les ions présents et dire lesquels apparaissent, disparaissent ou restent, puis comparer les λ de ceux qui s'échangent.

3.4 Rappeler la définition de l'équivalence d'un titrage.

L'équivalence est l'état du système pour lequel le réactif titrant et le réactif titré ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support du titrage : ils sont tous deux entièrement consommés.

COMPRENDRE
Autre formulation acceptée : l'équivalence correspond au changement de réactif limitant. Avant, c'est le réactif titrant ; après, c'est le réactif titré.

3.5 L'étiquette indique un pourcentage massique en chlorure de sodium voisin de 0,1 % dans la phase hydroalcoolique. Cette information est-elle exacte ?

Données utiles $C = 2{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_{ESSAI} = 10{,}0\ \text{mL}$; $\rho = 975\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$; $M(\text{Na}) = 23{,}0$ et $M(\text{Cl}) = 35{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Volume à l'équivalence : on trace les deux droites qui prolongent les points situés de part et d'autre de la rupture de pente ; elles se coupent en $V_{eq} \approx 7{,}8$ mL.

À l'équivalence, d'après $\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq}) \longrightarrow \text{AgCl}(\text{s})$: $n(\text{Cl}^-)_{\text{initial}} = n(\text{Ag}^+)_{\text{versé}}$, soit $C_{Cl} \times V_{ESSAI} = C \times V_{eq}$.

$$C_{Cl} = \frac{C \times V_{eq}}{V_{ESSAI}} = \frac{2{,}00 \times 10^{-2} \times 7{,}8}{10{,}0} = 1{,}56 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Un ion Cl^- provient d'une entité NaCl : la concentration en chlorure de sodium dissous vaut aussi C_{Cl}, avec $M(\text{NaCl}) = 23{,}0 + 35{,}5 = 58{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Pour un volume V de phase hydroalcoolique : $m_{NaCl} = C_{Cl} \times V \times M(\text{NaCl})$ et $m_{solution} = \rho \times V$, donc

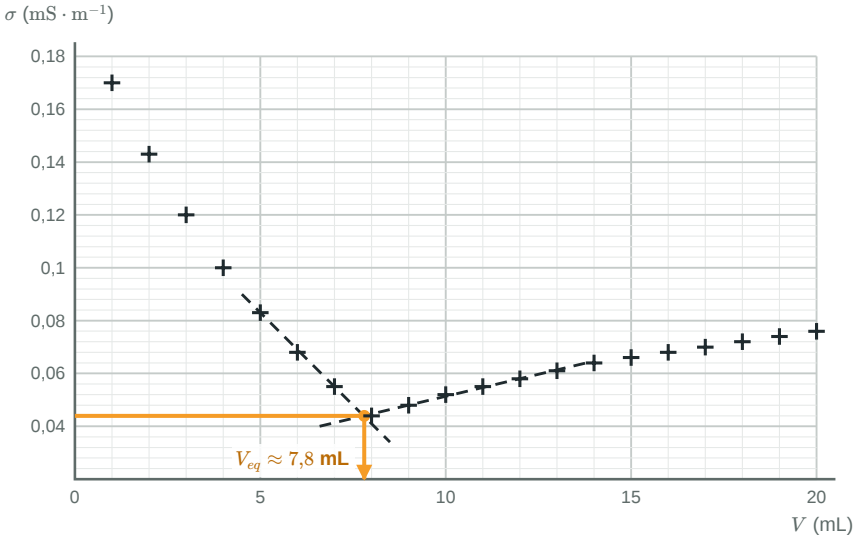
$$P = \frac{m_{NaCl}}{m_{solution}} = \frac{C_{Cl} \times M(\text{NaCl})}{\rho} = \frac{1{,}56 \times 10^{-2} \times 58{,}5}{975} = 9{,}4 \times 10^{-4}$$

$P \approx 0{,}094$ %, valeur qui s'arrondit à 0,1 % : l'indication de l'étiquette est exacte.

PIÈGE
Diviser par $V_{ESSAI} + 200$ mL. L'eau ajoutée n'apporte pas d'ions chlorure : la quantité titrée est celle des 10,0 mL prélevés.

COMPRENDRE
V_{eq} est lu à deux chiffres significatifs : le résultat final en porte deux. L'écart relatif avec l'étiquette, $\frac{0{,}1 - 0{,}094}{0{,}1} \approx 6$ %, est compatible avec l'imprécision de cette lecture graphique.

MÉTHODE
Les points ne sont pas alignés loin de l'équivalence. Tracer chaque droite sur les points les plus proches de la rupture de pente, puis lire l'abscisse de leur intersection.



3.5 · Courbe de titrage du sujet, avec les deux droites et la lecture du volume à l'équivalence

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{2.00 \times 10^{-2} \times 7.8}{10.0} \approx 0.0156$

$23.0 + 35.5 \approx 58.5$

$\frac{1.56 \times 10^{-2} \times 58.5}{975} \times 100 \approx 0.0936$

Spécialité : Extraction de la bauxite

Bac S 2016 Liban (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Quelle est la réaction, support du titrage, mise en œuvre pour déterminer la concentration de la solution de soude ?

La solution titrée (soude) apporte la base $\mathrm{HO^-}$ du couple $\mathrm{H_2O/HO^-}$; la solution titrante (acide chlorhydrique) apporte l'acide $\mathrm{H_3O^+}$ du couple $\mathrm{H_3O^+/H_2O}$. L'acide réagit avec la base par transfert d'un ion $\mathrm{H^+}$:

$$\mathrm{H_3O^+\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow 2\,H_2O\,(l)}$$

COMPRENDRE

Les ions $\mathrm{Na^+}$ et $\mathrm{Cl^-}$ sont spectateurs : ils ne figurent pas dans l'équation, mais ils comptent dans la conductivité. L'écart de 14 entre les deux $\mathrm{p}K_a$ assure une réaction totale, condition d'un titrage.

2 En déduire la concentration molaire de l'hydroxyde de sodium dans la solution de soude du procédé Bayer. Puis **Problème** : pour une heure de traitement en continu, quelle masse d'hydroxyde de sodium solide faut-il introduire dans le réacteur pour maintenir la concentration de la soude constante ?

Données utiles $V_B = 5{,}0$ mL de soude diluée 10 fois ; $c_A = 0{,}50\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; bauxite : $10\ \text{kg}\cdot\text{h}^{-1}$ à 50 % d'alumine ; soude : $338\ \text{L}\cdot\text{h}^{-1}$; pertes : 2,5 % ; $M(\text{H}) = 1{,}0$, $M(\text{O}) = 16{,}0$, $M(\text{Na}) = 23{,}0$, $M(\text{Al}) = 27{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Question 2 : concentration de la soude. L'équivalence correspond à la rupture de pente de la courbe. Les deux droites tracées de part et d'autre du minimum se coupent en $V_E \approx 12{,}3$ mL.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions de l'équation : $n(\text{HO}^-)_{\text{titré}} = n(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{versé}}$, soit $c_B\,V_B = c_A\,V_E$.

La solution du procédé est dix fois plus concentrée que la solution titrée :

$$c_0 = 10\,c_B = 10 \times \frac{c_A\,V_E}{V_B} = 10 \times \frac{0{,}50 \times 12{,}3}{5{,}0} = 12\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

Problème. L'hydroxyde de sodium à ajouter compense deux postes : celui que la réaction consomme et celui qui part avec les boues. On raisonne sur une heure.

a) Soude consommée par la réaction. Masse d'alumine traitée : $m(\text{Al}_2\text{O}_3) = \dfrac{50}{100} \times 10 = 5{,}0$ kg.

$M(\text{Al}_2\text{O}_3) = 2 \times 27{,}0 + 3 \times 16{,}0 = 102{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $M(\text{NaOH}) = 23{,}0 + 16{,}0 + 1{,}0 = 40{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

La réaction est quasi totale et l'alumine est le réactif limitant. D'après l'équation, $n(\text{HO}^-)_{\text{consommé}} = 2\,n(\text{Al}_2\text{O}_3)$, et une mole de NaOH apporte une mole de HO^- :

$$m_1 = 2 \times \frac{m(\text{Al}_2\text{O}_3)}{M(\text{Al}_2\text{O}_3)} \times M(\text{NaOH}) = 2 \times \frac{5{,}0 \times 10^3}{102{,}0} \times 40{,}0 = 3{,}9 \times 10^3\ \text{g}$$

b) Soude perdue. Masse d'hydroxyde de sodium apportée au réacteur par la solution, de débit $D_V = 338\ \text{L}\cdot\text{h}^{-1}$, pendant $\Delta t = 1$ h :

$$m_u = c_0 \times D_V \times \Delta t \times M(\text{NaOH}) = 12{,}3 \times 338 \times 1 \times 40{,}0 = 1{,}7 \times 10^5\ \text{g}$$

Les pertes représentent 2,5 % de cette masse : $m_2 = \dfrac{2{,}5}{100} \times m_u = 4{,}2 \times 10^3$ g.

c) Bilan. $m = m_1 + m_2 = 3{,}9 + 4{,}2 = 8{,}1$ kg.

Analyse critique.

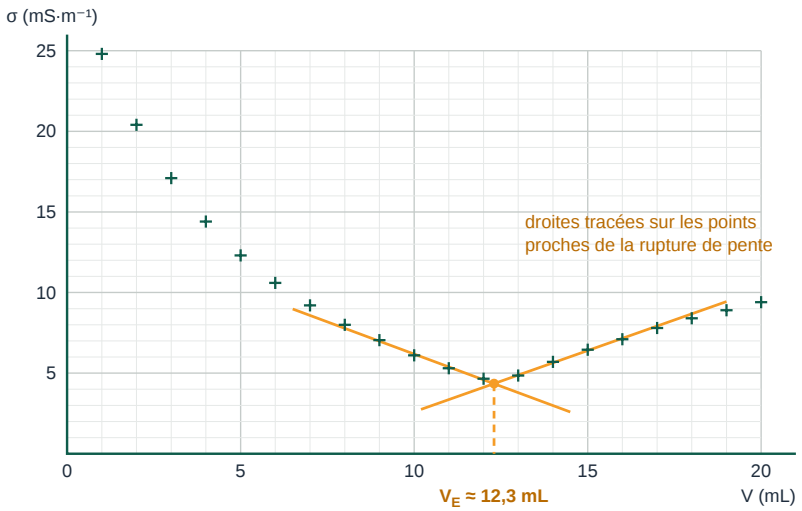
- La solution apporte environ 166 kg de soude par heure pour 3,9 kg consommés, soit plus de 40 fois le nécessaire : c'est bien le « très large excès » annoncé.
- Les pertes dans les boues pèsent autant que la réaction : sans recyclage, il faudrait renouveler les 166 kg chaque heure.
- La première partie de la courbe n'est pas rectiligne, V_E n'est connu qu'à quelques dixièmes de millilitre près. Pour V_E compris entre 12,0 et 12,5 mL, on trouve entre 8,0 et 8,2 kg. Les 2,5 % et les 50 % sont eux-mêmes des estimations : un ordre de grandeur de 8 kg est le résultat raisonnable.

$c_0 = 12\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; il faut introduire $m \approx 8$ kg d'hydroxyde de sodium solide par heure.

PIÈGE
Oublier la dilution au dixième : on trouverait $1{,}2\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et des pertes dix fois trop faibles. Autre oubli fréquent : le coefficient 2 devant HO^- dans l'équation de l'attaque de l'alumine.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme c_A, V_B et les 2,5 %. Dans les calculs suivants, on garde la valeur non arrondie $c_0 = 12{,}3\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et on n'arrondit qu'à la fin.

MÉTHODE
Résolution de problème : 1) lister les postes à chiffrer ; 2) pour chacun, relation littérale puis calcul ; 3) bilan ; 4) regard critique, en confrontant le résultat à une phrase ou à une donnée des documents.



2 · Graphique du sujet avec la construction de l'équivalence

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{10 \times 0.50 \times 12.3}{5.0} \approx 12.3$$

$$\frac{2 \times 5.0 \times 10^3}{102.0} \times 40.0 \approx 3921.569$$

$$12.3 \times 338 \times 40.0 \approx 166296$$

$$\frac{2.5}{100} \times 166\,296 \approx 4157.4$$

$$3921.6 + 4157.4 \approx 8079$$