Saut spectaculaire au-dessus du canal de Corinthe

Bac S 2017 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Montrer que, si le poids est la seule force appliquée à Maddison et sa moto, le mouvement suivant l'axe (Ox) est uniforme.

Système {Maddison + moto}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical : sa coordonnée sur l'axe horizontal (Ox) est nulle. En projetant :

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0$$

$v_x = \text{constante} = v_0 \cos\alpha$: le mouvement suivant (Ox) est **uniforme**.

PIÈGE
Écrire « le mouvement est uniforme » sans préciser l'axe. Seul le mouvement horizontal l'est : suivant (Oy), la vitesse change à chaque instant.

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton, puis projection sur l'axe demandé. Ici la projection sur (Ox) suffit, les équations horaires ne sont pas demandées.

1.2.1 Utiliser l'extrait de la chronophotographie pour valider le modèle de chute libre, en précisant les mesures réalisées.

On repère sur l'axe (Ox) l'abscisse de chaque position de la moto (même point à chaque fois, par exemple le centre de la roue arrière), puis on mesure à la règle l'écart horizontal d entre deux positions successives.

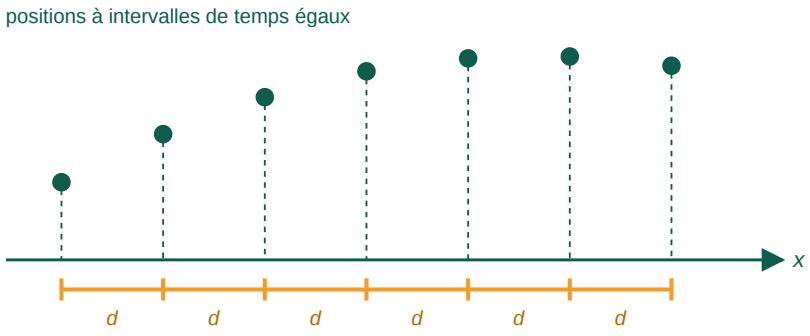
Sur l'extrait, les six écarts valent tous environ $2{,}0$ cm, à $0{,}1$ cm près (la valeur dépend de l'impression du sujet).

Les photos sont prises à intervalles de temps égaux : des distances horizontales égales parcourues pendant des durées égales signifient que v_x est constante.

Le mouvement horizontal est uniforme, comme le prévoit le modèle (1.1) : les frottements sont négligeables devant le poids et le modèle de chute libre est validé.

PIÈGE
Mesurer la distance entre deux motos le long de la trajectoire. C'est l'écart horizontal, lu sur l'axe (Ox), qui doit rester constant ; la distance parcourue sur la courbe, elle, varie.

COMPRENDRE
Une force de frottement s'oppose à la vitesse et possède donc une composante horizontale : elle ferait diminuer v_x et les écarts se resserreraient vers la droite. Ce n'est pas ce qu'on observe.



1.2.1 · Principe de la mesure : les abscisses des positions successives sont régulièrement espacées

2.1 Présenter le résultat des mesures sous la forme $v_x = \overline{v_x} \pm U(v_x)$, avec un niveau de confiance de 95 %.

Données utiles v_x (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) : 28,3 ; 29,1 ; 28,7 ; 29,0 ; 27,7 ; 29,0 ; $S_{n-1} = 0{,}543\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $k = 2{,}6$; $N = 6$

Valeur moyenne des $N = 6$ mesures :

$$\overline{v_x} = \frac{28{,}3 + 29{,}1 + 28{,}7 + 29{,}0 + 27{,}7 + 29{,}0}{6} = 28{,}63\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Incertitude :

$$U(v_x) = k\,\frac{S_{n-1}}{\sqrt{N}} = 2{,}6 \times \frac{0{,}543}{\sqrt{6}} = 0{,}58\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

On garde un seul chiffre significatif pour l'incertitude, arrondie par excès : $U(v_x) = 0{,}6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. La moyenne s'arrondit au même rang, le dixième.

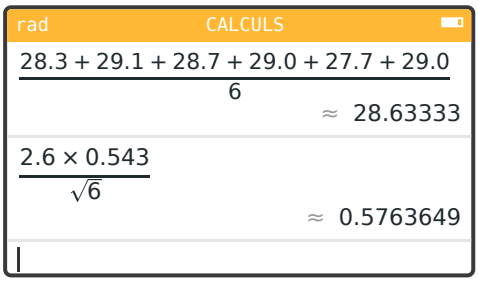
$v_x = (28{,}6 \pm 0{,}6)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Diviser par N au lieu de $\sqrt{N}$, ou oublier l'unité du résultat final.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : c'est l'incertitude qui fixe l'écriture. Elle porte sur le dixième, donc la moyenne s'arrête au dixième ; écrire $28{,}63 \pm 0{,}6$ n'aurait pas de sens.

COMPRENDRE
Programme actuel : on calcule seulement l'incertitude-type $u = \frac{S_{n-1}}{\sqrt{N}}$, sans facteur k ni niveau de confiance. Le coefficient k élargit cet intervalle pour atteindre 95 %.

À LA CALCULATRICE



2.2 La vitesse en sortie de tremplin $v_0 = 125\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ est-elle vérifiée, sachant que l'inclinaison du tremplin vaut $\alpha = 33^\circ$?

Données utiles $v_x = (28{,}6 \pm 0{,}6)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (2.1) ; $\alpha = 33^\circ$

Le mouvement horizontal est uniforme (1.1) : $v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, donc $v_0 = \dfrac{v_x}{\cos\alpha}$.

La valeur de v_x est comprise entre 28,0 et 29,2 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, d'où :

$$\frac{28{,}0}{\cos 33^\circ} \leqslant v_0 \leqslant \frac{29{,}2}{\cos 33^\circ} \quad \text{soit} \quad 33{,}4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \leqslant v_0 \leqslant 34{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

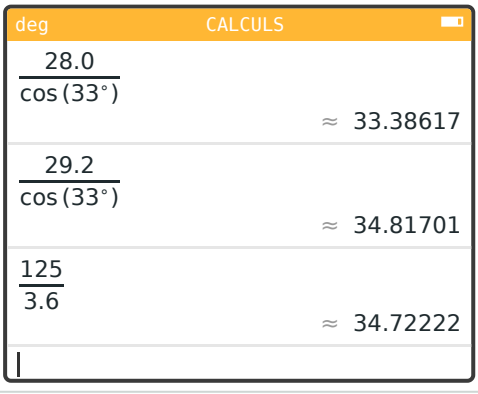
Valeur annoncée : $v_0 = \dfrac{125}{3{,}6} = 34{,}7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$34{,}7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ appartient à l'intervalle $[33{,}4\ ;\ 34{,}8]\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: la vitesse annoncée de $125\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ est vérifiée.

PIÈGE
Comparer directement $28{,}6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ à la valeur annoncée : v_x n'est que la composante horizontale de la vitesse. Penser aussi à convertir les $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ en divisant par 3,6.

MÉTHODE
Une valeur annoncée est « vérifiée » si elle tombe dans l'intervalle de confiance de la mesure. On compare donc un nombre à un intervalle, jamais deux nombres entre eux.

À LA CALCULATRICE



3.1 À partir de l'allure du graphique $v_y(t)$, justifier que le mouvement suivant la verticale est uniformément varié.

La courbe $v_y(t)$ est une droite qui ne passe pas par l'origine : v_y est une fonction affine du temps.

Son coefficient directeur, qui est l'accélération verticale $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$, est donc constant (et négatif).

a_y est constante : le mouvement suivant la verticale est **uniformément varié**.

COMPRENDRE
La pente se lit sur le graphique : v_y passe de 19 à $0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ en un peu moins de $2{,}0$ s, soit environ $-9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. On retrouve $a_y = -g$, comme le prévoit le modèle.

3.2 Quelle position particulière de la trajectoire est occupée à la date où $v_y = 0$? Quelle est alors la valeur de la vitesse ?

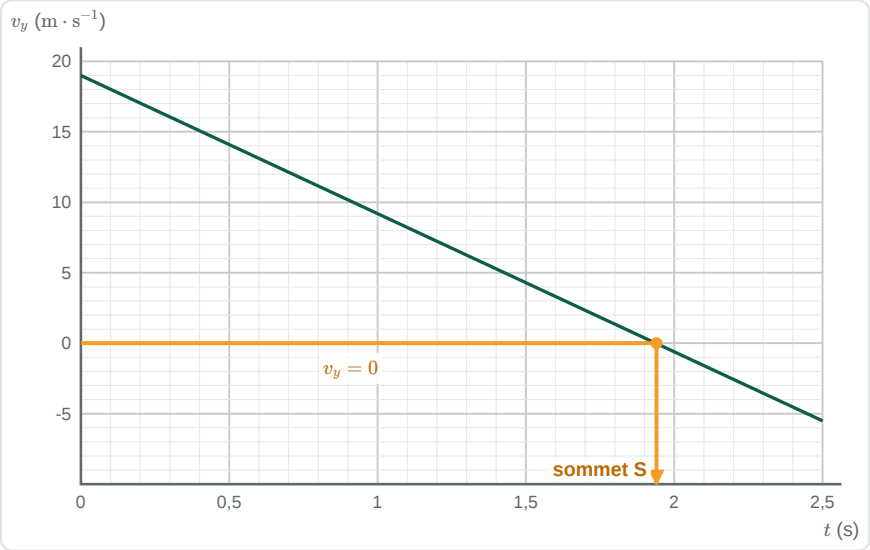
Données utiles $v_x = 28{,}6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (2.1)

Avant cette date $v_y > 0$ (le système monte), après $v_y < 0$ (il descend) : lorsque $v_y = 0$, il se trouve au **sommet S** de la trajectoire.

Le vecteur vitesse y est horizontal et sa valeur est $v_S = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_x^2 + 0} = v_x$.

Au sommet S : $v_S = v_x = 28{,}6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

PIÈGE
Répondre que la vitesse est nulle au sommet. Seule la composante verticale s'annule ; la composante horizontale reste égale à v_x pendant tout le saut.



3.2 · Courbe du sujet : v_y s'annule un peu avant $t = 2{,}0$ s, au sommet de la trajectoire

3.3 Donner l'expression de l'énergie mécanique de Maddison et sa moto en fonction de m, v, y et g.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur, nulle en $y = 0$:

$$E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 + m\,g\,y$$

COMPRENDRE
L'expression $E_{pp} = m\,g\,y$ suppose un axe (Oy) vertical orienté vers le haut et la référence choisie en $y = 0$, c'est-à-dire à la sortie du tremplin.

3.4 En utilisant l'expression précédente, déterminer l'ordonnée y_S du sommet S de la trajectoire.

Données utiles $v_0 = 34{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (2.2) ; $v_S = 28{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (3.2) ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

En chute libre, seul le poids agit et c'est une force conservative : l'énergie mécanique se conserve entre O et S.

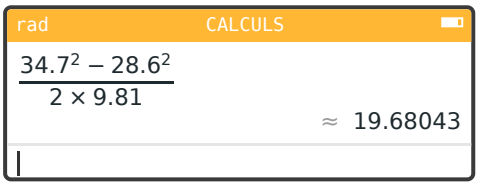
En O ($y = 0$, vitesse v_0) : $E_m(O) = \dfrac{1}{2} m v_0^2$. En S (vitesse v_S) : $E_m(S) = \dfrac{1}{2} m v_S^2 + m g y_S$.

$E_m(O) = E_m(S)$ donne, après division par m : $\dfrac{1}{2} v_0^2 = \dfrac{1}{2} v_S^2 + g y_S$, d'où

$$y_S = \frac{v_0^2 - v_S^2}{2g} = \frac{34{,}7^2 - 28{,}6^2}{2 \times 9{,}81} = 19{,}7\ \text{m}$$

$\boxed{y_S = 19{,}7\ \text{m}}$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Prendre une énergie cinétique nulle au sommet : on obtiendrait $y_S = \dfrac{v_0^2}{2g} \approx 61$ m, hauteur d'un tir vertical. En S, la vitesse vaut encore v_S.

COMPRENDRE
La masse se simplifie : inutile de la connaître. Le résultat est sensible aux valeurs choisies : avec $v_{0y} = 19\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ lu sur le graphique, $y_S = \dfrac{v_{0y}^2}{2g} \approx 18$ m. La conclusion de 3.5 reste la même.

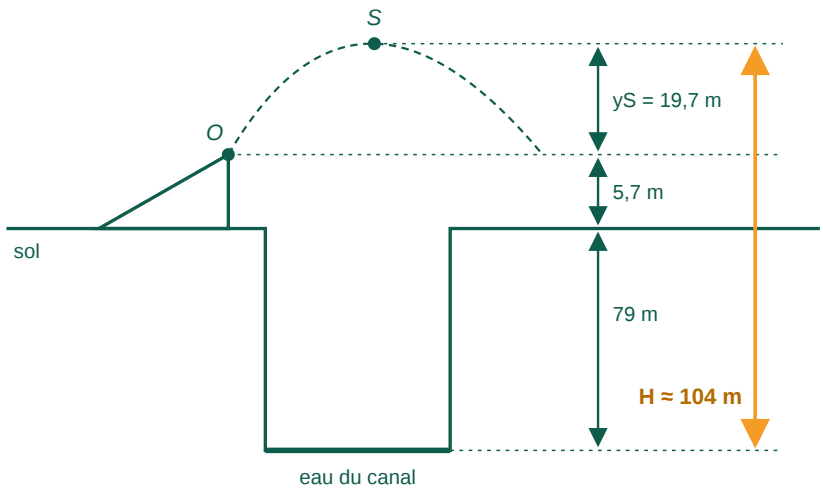
3.5 Le résultat précédent confirme-t-il que le point le plus haut du vol a dépassé les 95 mètres au-dessus de l'eau ?

Données utiles eau à 79 m sous le niveau du sol ; sortie du tremplin à 5,7 m au-dessus du sol ; $y_S = 19{,}7$ m (3.4)

L'origine O du repère est la sortie du tremplin : y_S est la hauteur du sommet au-dessus de ce point. La hauteur H du sommet au-dessus de l'eau est donc :

$$H = 79 + 5{,}7 + 19{,}7 = 104 \text{ m}$$

$H \approx 104 \text{ m} > 95 \text{ m}$: l'information est confirmée, le point le plus haut dépasse bien 95 m au-dessus de l'eau.



3.5 · Les trois hauteurs à additionner (schéma sans souci d'échelle)

PIÈGE
S'arrêter à $y_S = 19{,}7$ m et conclure que l'information est fausse. Cette ordonnée est mesurée depuis la sortie du tremplin, pas depuis la surface de l'eau.

COMPRENDRE
Dans une somme, le terme le moins précis fixe le résultat : 79 m est donné au mètre près, d'où $H = 104$ m. Le modèle sans frottement donne une hauteur un peu surestimée, ce qui reste cohérent avec « plus de 95 m ».

À LA CALCULATRICE

