Observation d'une exoplanète

Bac S 2017 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Quelle propriété de la lumière permet d'expliquer le phénomène de diffraction ?

La diffraction est un phénomène propre aux ondes.

Elle s'explique par le **caractère ondulatoire** de la lumière.

COMPRENDRE
L'étalement du faisceau est d'autant plus marqué que l'ouverture est petite devant la longueur d'onde : θ_{diff} est proportionnel à $\dfrac{\lambda}{D}$.

1.2 Déterminer le diamètre D du télescope terrestre permettant de distinguer la planète 2M1207b de l'étoile 2M1207a.

Données utiles $r = 55$ ua ; $d_{\text{Terre-étoile}} = 230$ al ; $\lambda = 2{,}0\ \mu$m ; 1 ua $= 1{,}496 \times 10^{11}$ m ; 1 al $= 9{,}461 \times 10^{15}$ m

Critère de Rayleigh : les deux astres sont distingués si $\alpha \geqslant \theta_{\text{diff}}$.

Avec $\alpha \approx \dfrac{r}{d_{\text{Terre-étoile}}}$ et $\theta_{\text{diff}} = 1{,}22\,\dfrac{\lambda}{D}$:

$$\frac{r}{d_{\text{Terre-étoile}}} \geqslant 1{,}22\,\frac{\lambda}{D} \quad \text{soit} \quad D \geqslant 1{,}22\,\lambda\,\frac{d_{\text{Terre-étoile}}}{r}$$

Les deux distances sont converties en mètres, $\lambda = 2{,}0 \times 10^{-6}$ m :

$$D_{\min} = 1{,}22 \times 2{,}0 \times 10^{-6} \times \frac{230 \times 9{,}461 \times 10^{15}}{55 \times 1{,}496 \times 10^{11}} = 0{,}65 \text{ m}$$

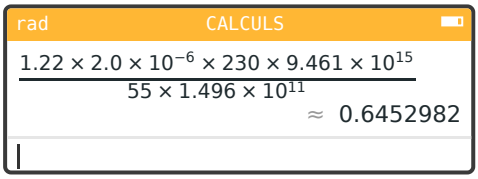
$D \geqslant 0{,}65$ m : le diamètre du télescope doit être d'au moins 65 cm.

PIÈGE
Laisser r en ua et la distance en al : le rapport n'a de sens que si les deux longueurs sont dans la même unité. Oublier aussi de convertir λ en mètres donne un diamètre faux d'un facteur 10^6.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme λ et r. L'écart angulaire vaut $\alpha \approx 3{,}8 \times 10^{-6}$ rad : plus il est petit, plus le télescope doit être large.

MÉTHODE
Question ouverte : 1) écrire la condition à respecter ; 2) remplacer chaque angle par son expression ; 3) isoler la grandeur cherchée ; 4) convertir, calculer, conclure par une phrase.

À LA CALCULATRICE



2.1 Justifier que les rayons lumineux issus de l'étoile et captés par les deux télescopes interfèrent de manière constructive au niveau de la recombinaison.

L'étoile est sur la ligne de visée : son onde atteint les deux télescopes au même instant. La recombinaison se fait à égale distance des deux télescopes : les deux trajets ont la même durée.

Le retard entre les deux signaux est donc nul, ce qui correspond à $\tau = k\,T$ avec $k = 0$.

Les deux ondes arrivent en phase : les interférences sont **constructives**.

COMPRENDRE
Sujet d'ancien programme, qui raisonne sur le retard τ. Le programme actuel utilise la différence de chemin optique $\delta = c\,\tau$: constructive si $\delta = k\,\lambda$, destructive si $\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$.

2.2 Montrer que le système optique ajoutant un retard $\frac{T}{2}$ après le télescope 2 produit des interférences destructives entre les deux rayons issus de l'étoile. Quelle est alors l'intensité du signal lié à l'étoile ?

Sans le système, le retard entre les deux signaux de l'étoile est nul (2.1). Avec lui, il devient $\tau = \frac{T}{2}$.

Les interférences sont destructives si $\tau = (2k+1)\,\frac{T}{2}$, avec k entier : c'est le cas ici pour $k = 0$. Les deux ondes sont en opposition de phase.

Les télescopes étant identiques, les deux ondes ont la même amplitude : elles se compensent exactement.

Interférences **destructives** : l'intensité du signal de l'étoile est nulle.

PIÈGE
Répondre « intensité minimale » sans conclure. C'est l'égalité des amplitudes, due aux deux télescopes identiques, qui permet d'affirmer que le signal de l'étoile s'annule.

2.3 Montrer que le signal de l'exoplanète issu du télescope 2 a un retard $\tau' = \frac{d\,\sin\alpha}{c} + \frac{T}{2}$ par rapport au signal issu du télescope 1.

Deux retards s'ajoutent pour le signal de la planète passant par le télescope 2 :

- celui dû à l'inclinaison des rayons, $\tau = \frac{d\,\sin\alpha}{c}$;
- celui imposé par le système optique de Bracewell, $\frac{T}{2}$.

Les trajets jusqu'à la recombinaison étant égaux, aucun autre décalage n'intervient.

$$\tau' = \tau + \frac{T}{2} = \frac{d\,\sin\alpha}{c} + \frac{T}{2}$$

COMPRENDRE
L'onde inclinée de α parcourt la distance supplémentaire $d\,\sin\alpha$ pour atteindre le télescope 2 : à la célérité c, cela prend la durée $\frac{d\,\sin\alpha}{c}$.

2.4 À quelle condition sur le retard τ' obtient-on une interférence constructive ?

Les deux ondes doivent se superposer en phase : le retard est un nombre entier de périodes.

$\tau' = k\,T$, avec k entier.

2.5 Montrer que cette relation peut aussi s'écrire $d\,\sin\alpha = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$, k étant un nombre entier.

On égale les expressions de τ' des questions 2.3 et 2.4 :

$$\frac{d\,\sin\alpha}{c} + \frac{T}{2} = k\,T \quad \text{donc} \quad \frac{d\,\sin\alpha}{c} = \left(k - \frac{1}{2}\right)T$$

En multipliant par c, avec $\lambda = c\,T$:

$$d\,\sin\alpha = \left(k - \frac{1}{2}\right)c\,T = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

PIÈGE
Ne pas citer $\lambda = c\,T$: dans un « montrer que », la relation qui fait passer de $c\,T$ à λ doit être écrite explicitement.

2.6 En déduire la distance minimale d entre les deux télescopes pour obtenir une interférence constructive lors de l'observation de l'exoplanète 2M1207b, en infrarouge.

Données utiles $\lambda = 10\ \mu\text{m}$; $r = 55$ ua ; $d_{\text{Terre-étoile}} = 230$ al ; $\sin\alpha \approx \dfrac{r}{d_{\text{Terre-étoile}}}$

En remplaçant $\sin\alpha$ dans la relation de la question 2.5 :

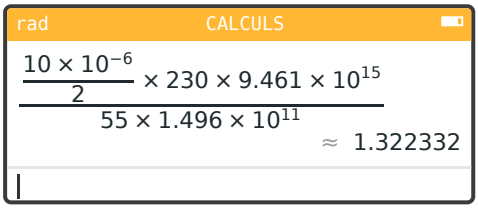
$$d\,\frac{r}{d_{\text{Terre-étoile}}} = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda \quad \text{soit} \quad d = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda\,\frac{d_{\text{Terre-étoile}}}{r}$$

d est une distance positive : sa plus petite valeur est obtenue pour $k = 1$.

$$d_{\text{min}} = \frac{\lambda}{2}\,\frac{d_{\text{Terre-étoile}}}{r} = \frac{10 \times 10^{-6}}{2} \times \frac{230 \times 9{,}461 \times 10^{15}}{55 \times 1{,}496 \times 10^{11}} = 1{,}3\ \text{m}$$

$\boxed{d_{\text{min}} = 1{,}3\ \text{m}}$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Prendre $k = 0$: on obtient $d < 0$, ce qui n'a pas de sens pour une distance. Attention aussi à la longueur d'onde, qui n'est plus celle de la question 1.2.

COMPRENDRE

Avec cet écartement, le signal de l'étoile est éteint (2.2) alors que celui de la planète est renforcé : la planète devient observable malgré sa faible luminosité.