Quand Newton vient en aide aux skateurs

Bac S 2017 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Quelle est la nature du mouvement du système S sur le parcours AB ?

Sur AB, le skateur avance en ligne droite : la trajectoire de G est une droite. Sa vitesse garde la même valeur.

Le mouvement de S sur AB est **rectiligne uniforme**.

COMPRENDRE
Deux mots sont attendus : « rectiligne » décrit la trajectoire, « uniforme » décrit la valeur de la vitesse. Chacun se justifie par une information du texte.

1.2 Que peut-on dire, sur ce parcours, des forces exercées sur le système S ? Justifier.

Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen et le mouvement de G y est rectiligne uniforme : $\vec{v}_G$ est un vecteur constant.

D'après le principe d'inertie (première loi de Newton), la somme des forces extérieures appliquées à S est alors nulle.

$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$: les forces exercées sur S (poids, réaction du sol, frottements éventuels) se compensent.

PIÈGE
Écrire « aucune force ne s'exerce sur S ». Le poids et l'action du sol existent toujours : c'est leur somme vectorielle qui est nulle.

2.1 Donner les expressions de l'énergie mécanique du système S au point C et au point E.

Données utiles $E_{pp} = 0$ au niveau du sol ; G est à la hauteur H au-dessus du support ; rail à la hauteur h

$E_m = E_c + E_{pp} = \dfrac{1}{2} m v^2 + m g z$, où z est l'altitude de G mesurée depuis le sol.

En C, le skateur est sur le sol : $z_C = H$. En E, il est sur le rail : $z_E = H + h$.

$$E_m(C) = \frac{1}{2} m v_C^2 + m g H \quad \text{et} \quad E_m(E) = \frac{1}{2} m v_E^2 + m g (H + h)$$

PIÈGE
Prendre $z_C = 0$ et $z_E = h$. Le système est assimilé au point G, situé à H au-dessus du support, alors que la référence d'énergie potentielle est le sol.

2.2 Déterminer l'expression de la vitesse v_E au point E en fonction de g, h et v_C.

Données utiles $E_m(C)$ et $E_m(E)$ (2.1)

Sans frottement ni autre dissipation entre C et E, l'énergie mécanique de S se conserve : $E_m(C) = E_m(E)$.

$$\frac{1}{2} m v_C^2 + m g H = \frac{1}{2} m v_E^2 + m g H + m g h$$

Les termes $m g H$ s'éliminent ; on divise par m puis on multiplie par 2 : $v_E^2 = v_C^2 - 2 g h$.

$$v_E = \sqrt{v_C^2 - 2 g h}$$

COMPRENDRE
Le sujet écrit « entre C et F » : il faut lire « entre C et E », puisque des frottements agissent sur le rail entre E et F.

MÉTHODE
Conservation de l'énergie mécanique : 1) justifier (pas de frottement) ; 2) écrire E_m aux deux points ; 3) simplifier par m ; 4) isoler la grandeur cherchée. Ni m ni H n'apparaissent dans le résultat.

2.3 En déduire la valeur de la vitesse v_E au point E.

Données utiles $v_C = 3{,}6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $h = 45\ \text{cm} = 0{,}45\ \text{m}$

$$v_E = \sqrt{3{,}6^2 - 2 \times 9{,}8 \times 0{,}45}$$

$$v_E = 2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

PIÈGE
Laisser h en centimètres : la racine porterait alors sur un nombre négatif. Convertir en mètres avant le calcul.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\sqrt{3.6^2 - 2 \times 9.8 \times 0.45}$

$\approx$ 2.034699

COMPRENDRE

Les données ont deux chiffres significatifs : le résultat aussi. On vérifie que $v_E < v_C$: en montant, le système échange de l'énergie cinétique contre de l'énergie potentielle.

3.1 Attribuer à chaque courbe (1, 2, 3) l'énergie qui lui correspond, E_p, E_c ou E_m, en justifiant.

- Le rail est horizontal : l'altitude de G ne change pas, donc E_p est constante. C'est la **courbe 2**, seule courbe horizontale.
- Le frottement freine le système : v diminue, donc E_c diminue. Les courbes 1 et 3 conviennent toutes deux.
- $E_m = E_c + E_p$ avec $E_p > 0$: E_m est toujours au-dessus de E_c. On vérifie en $x = 0$: $150 + 330 = 480$ J.

Courbe 1 : E_c ; courbe 2 : E_p ; courbe 3 : E_m.

COMPRENDRE

Le graphique donne $E_p = 330$ J $= m\,g\,h$: l'altitude y est comptée depuis la position de G au sol. Avec la référence du texte, on aurait $m\,g\,(H + h) \approx 1{,}1 \times 10^3$ J. L'attribution des courbes n'en dépend pas.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$75 \times 9.8 \times 0.45$

$\approx$ 330.75

$75 \times 9.8 \times (1.0 + 0.45)$

$\approx$ 1065.75

3.2 Donner l'expression littérale du travail de la force $\vec{f}$ le long du parcours EF.

La force $\vec{f}$ est constante et de sens opposé au déplacement $\overrightarrow{EF}$: l'angle entre les deux vecteurs vaut 180°.

$W_{EF}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{EF} = f \times EF \times \cos(180^\circ)$

$W_{EF}(\vec{f}) = -f\,L$

COMPRENDRE

Le travail est négatif : il est résistant. La force de frottement retire de l'énergie au système.

3.3 En utilisant la non-conservation de l'énergie en présence de frottements, en déduire la valeur de l'intensité de la force de frottement $\vec{f}$.

Données utiles $L = 2{,}0$ m ; courbe 3 : $E_m(E) = 480$ J et $E_m(F) = 410$ J ; $W_{EF}(\vec{f}) = -f\,L$ (3.2)

La variation de l'énergie mécanique est égale au travail de la force non conservative, ici $\vec{f}$:

$$E_m(F) - E_m(E) = W_{EF}(\vec{f}) = -f\,L \quad \text{donc} \quad f = \frac{E_m(E) - E_m(F)}{L}$$

Lecture de la courbe 3 : $E_m(E) = 480$ J en $x = 0$ et $E_m(F) = 410$ J en $x = 2{,}0$ m.

$$f = \frac{480 - 410}{2{,}0}$$

$f = 35$ N

PIÈGE

Oublier le signe : $E_m(F) - E_m(E) = -70$ J est négatif, mais f est une intensité, donc positive.

MÉTHODE

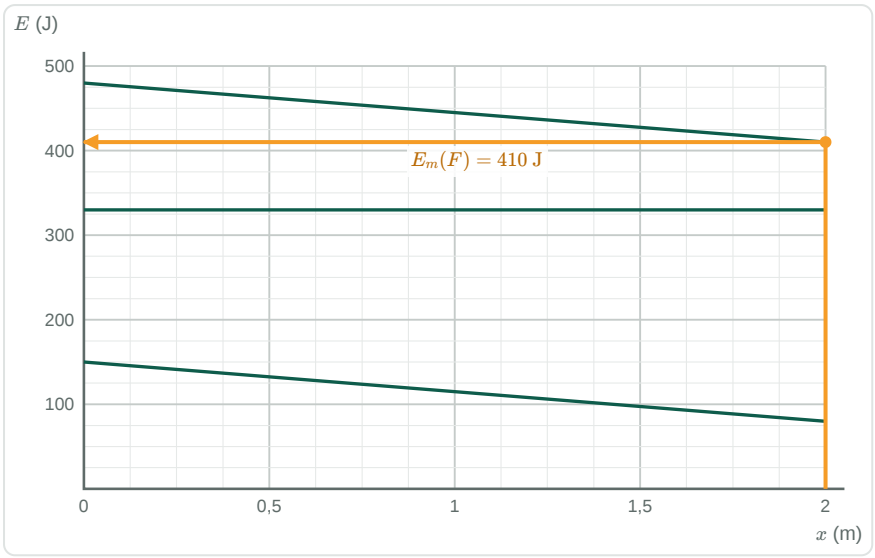
Comme E_p est constante, E_c perd la même quantité : la courbe 1 passe de 150 J à 80 J. Lire les deux courbes permet de contrôler la lecture.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{480 - 410}{2.0}$

$\approx$ 35



3.3 · Graphique du sujet (de bas en haut : courbes 1, 2 et 3), avec la lecture de $E_m(F)$

4 Le skateur arrive en haut de la rampe avec une vitesse nulle. Déterminer la hauteur de la rampe.

Données utiles $v_K = 4{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; roulement sans frottement

On note J le sommet de la rampe et h' sa hauteur. Sans frottement, l'énergie mécanique de S se conserve entre K et J : $E_m(K) = E_m(J)$.

En K : $z_K = H$ et $v = v_K$. En J : $z_J = H + h'$ et $v_J = 0$.

$$\frac{1}{2} m v_K^2 + m g H = 0 + m g (H + h') \quad \text{donc} \quad h' = \frac{v_K^2}{2g}$$

$$h' = \frac{4{,}5^2}{2 \times 9{,}8}$$

$h' = 1{,}0\ \text{m}$

PIÈGE

Répondre $H + h' = 2{,}0\ \text{m}$: c'est l'altitude de G en haut de la rampe, pas la hauteur de la rampe.

COMPRENDRE

Toute l'énergie cinétique acquise en K est convertie en énergie potentielle de pesanteur. La hauteur atteinte ne dépend pas de la masse du skateur.

À LA CALCULATRICE

