Les rayons X, outil d'investigation

Bac S 2016 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Donner l'expression vectorielle de la force électrique $\vec{F_e}$ subie par un électron. Comparer sa direction et son sens à ceux du champ $\vec{E}$.

Données utiles charge de l'électron : $q = -e$

Une particule de charge q placée dans un champ $\vec{E}$ subit la force $\vec{F_e} = q\,\vec{E}$. Pour l'électron, $q = -e$.

Le coefficient $-e$ est négatif : les deux vecteurs sont colinéaires et de sens contraires.

$\vec{F_e} = -e\,\vec{E}$: même direction que $\vec{E}$ (l'axe Ox), sens opposé (de O vers A).

COMPRENDRE
Sur la figure 1, $\vec{E}$ pointe vers la gauche. La force est donc dirigée vers la droite : l'électron, parti de O sans vitesse, est bien accéléré vers la cible.

1.2 Montrer que, pour $U = 100$ kV, le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique.

Données utiles $U = 100\ \text{kV}$; $L = 2\ \text{cm}$; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}$; $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg}$; $g = 9{,}81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$

Valeur de la force électrique : $F_e = e\,E = \dfrac{e\,U}{L}$

$$F_e = \frac{1{,}60 \times 10^{-19} \times 100 \times 10^{3}}{2 \times 10^{-2}} = 8 \times 10^{-13}\ \text{N}$$

Valeur du poids : $P = m_e\,g = 9{,}11 \times 10^{-31} \times 9{,}81 = 8{,}94 \times 10^{-30}\ \text{N}$

Rapport : $\dfrac{F_e}{P} = \dfrac{8 \times 10^{-13}}{8{,}94 \times 10^{-30}} \approx 9 \times 10^{16}$

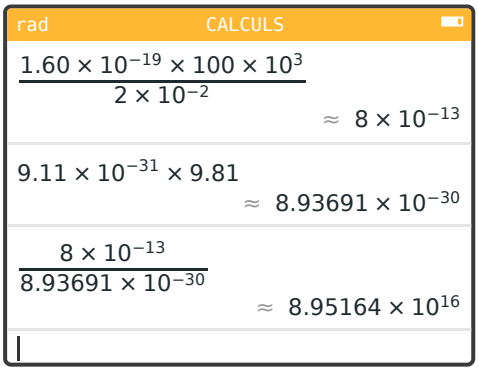
$F_e \approx 9 \times 10^{16}\,P$: le poids est tout à fait négligeable devant la force électrique.

PIÈGE
Laisser U en kilovolts ou L en centimètres. Il faut $U = 1{,}00 \times 10^{5}$ V et $L = 2 \times 10^{-2}$ m pour obtenir une force en newtons.

COMPRENDRE
L n'est donné qu'avec un seul chiffre significatif : F_e et le rapport n'en portent qu'un. Peu importe ici, seul l'ordre de grandeur du rapport sert à conclure.

MÉTHODE
« Négliger A devant B » se prouve par un rapport : calculer B/A et constater qu'il est très grand devant 1 (en pratique, supérieur à 100).

À LA CALCULATRICE



1.3 Montrer que la vitesse de l'électron à son arrivée au point A s'écrit $v_A = \sqrt{\dfrac{2\,e\,U}{m_e}}$.

Données utiles $v_O = 0$; $OA = L$; $E = \dfrac{U}{L}$; poids négligé (1.2)

Système {électron} ; référentiel du laboratoire supposé galiléen ; seule force prise en compte : $\vec{F}_e$, constante car le champ est uniforme.

Travail de $\vec{F}_e$ entre O et A (force et déplacement de même sens) :

$$W_{OA}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \overrightarrow{OA} = F_e \times L = e\,\frac{U}{L} \times L = e\,U$$

Théorème de l'énergie cinétique entre O et A :

$$\frac{1}{2}\,m_e\,v_A^2 - \frac{1}{2}\,m_e\,v_O^2 = W_{OA}(\vec{F}_e)$$

Comme $v_O = 0$: $\dfrac{1}{2}\,m_e\,v_A^2 = e\,U$, soit $v_A^2 = \dfrac{2\,e\,U}{m_e}$.

$v_A = \sqrt{\dfrac{2\,e\,U}{m_e}}$, qui est bien l'expression attendue.

COMPRENDRE
La distance L disparaît du résultat : la vitesse d'arrivée ne dépend que de la tension U. Le travail est moteur ($W > 0$), l'énergie cinétique augmente.

MÉTHODE
Autre voie : deuxième loi de Newton, $a_x = \dfrac{e\,E}{m_e}$, puis $v_x = a_x\,t$ et $x = \dfrac{1}{2}\,a_x\,t^2$. On tire t_A de $x = L$ et on reporte dans v_x. Plus long, même résultat.

1.4 Calculer la vitesse de l'électron à son arrivée au point A pour $U = 100$ kV.

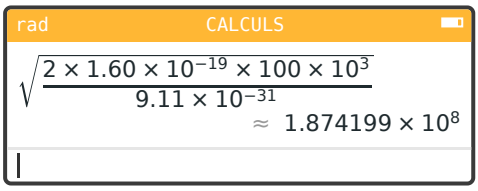
Données utiles $U = 100\ \text{kV}$; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}$; $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg}$

$$v_A = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 100 \times 10^3}{9{,}11 \times 10^{-31}}}$$

$v_A = 1{,}87 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme e, m_e et U. Cette vitesse vaut environ 62 % de la célérité de la lumière : un tel résultat doit alerter sur la validité du modèle utilisé.

À LA CALCULATRICE



1.5 À l'aide du graphe du coefficient de Lorentz en fonction de la vitesse, dire si un modèle relativiste conviendrait mieux à l'étude du mouvement de l'électron. Justifier.

Données utiles $v_A = 1{,}87 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.4) ; $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Sur le graphe, pour $v = 1{,}87 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, on lit $\gamma \approx 1{,}3$.

Vérification par le calcul : $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v_A^2}{c^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{1{,}87 \times 10^8}{3{,}00 \times 10^8}\right)^2}} =$

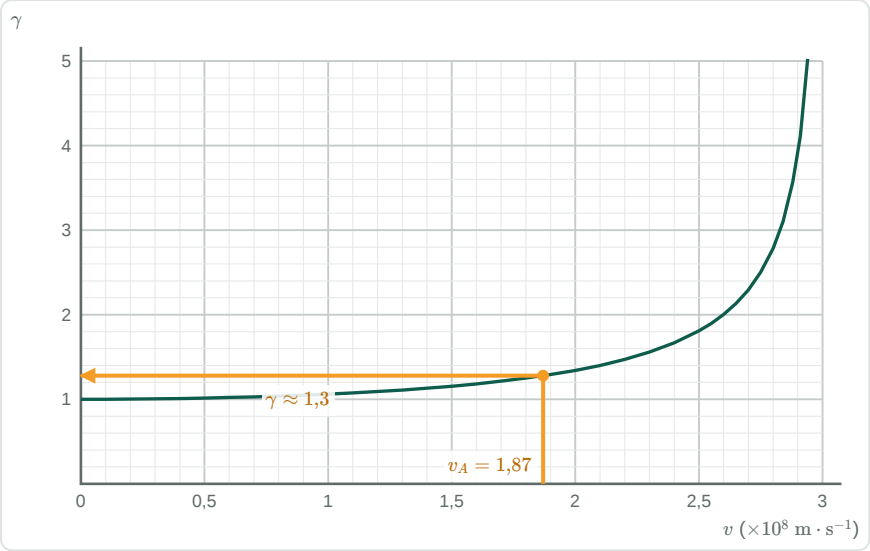
$1{,}28$

Le modèle classique n'est acceptable que si γ reste très proche de 1. Ici γ s'en écarte de près de 30 % : les effets relativistes ne sont pas négligeables.

Oui : avec $\gamma \approx 1{,}3$, nettement supérieur à 1, un modèle relativiste conviendrait mieux.

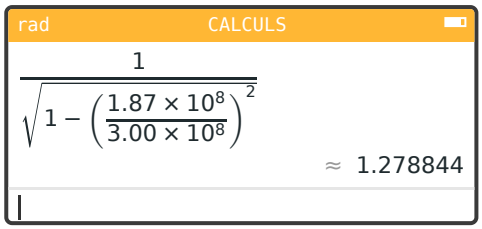
COMPRENDRE
La dilatation des durées et le coefficient de Lorentz figuraient au programme de Terminale S. Ils ne sont plus au programme actuel de spécialité : ici, la formule de γ est de toute façon fournie.

COMPRENDRE
La valeur de 1.4, obtenue avec la mécanique classique, est donc surestimée. Le sujet ne demandait qu'un ordre de grandeur de la vitesse.



1.5 · Courbe du sujet (limitée à $\gamma \leqslant 5$) et lecture pour v_A

À LA CALCULATRICE



2.1 Reproduire le diagramme d'énergie du molybdène et y représenter par des flèches toutes les transitions pouvant s'accompagner de l'émission d'un rayonnement.

Données utiles $E_0 = -20\,000$ eV ; $E_1 = -2\,570$ eV ; $E_2 = -400$ eV

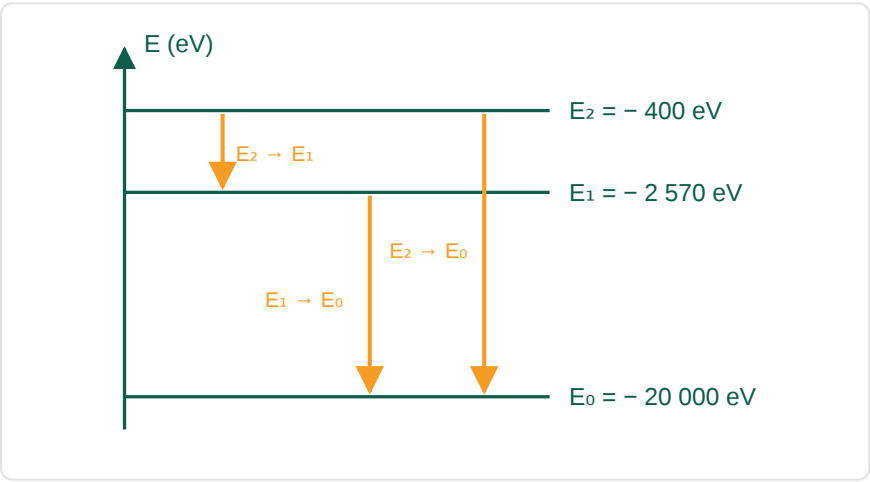
Un atome émet un photon lorsqu'il passe d'un niveau d'énergie à un niveau d'énergie plus faible. La flèche part du niveau supérieur et pointe vers le niveau inférieur.

Avec trois niveaux, trois transitions sont possibles (voir le diagramme).

Trois flèches vers le bas : $E_2 \to E_1$, $E_1 \to E_0$ et $E_2 \to E_0$.

PIÈGE

Tracer des flèches vers le haut : elles représentent une absorption, pas une émission. Oublier la transition directe $E_2 \to E_0$ coûte aussi des points, le sujet demande « toutes » les transitions.



2.1 · Les trois transitions qui s'accompagnent d'une émission (flèches vers le bas)

2.2 Déterminer le domaine des ondes émises correspondant à ces transitions.

Données utiles $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}602 \times 10^{-19}$ J ; rayons X : 10^{-12} m $< \lambda < 10^{-8}$ m

Le photon émis emporte l'énergie perdue par l'atome : $\Delta E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$,

donc $\lambda = \dfrac{h\,c}{\Delta E}$ avec ΔE en joules.

- $E_2 \to E_0$: $\Delta E = -400 - (-20\,000) = 19\,600$ eV ; $\lambda = \dfrac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{19\,600 \times 1{,}602 \times 10^{-19}} = 6{,}33 \times 10^{-11}$ m
- $E_1 \to E_0$: $\Delta E = -2\,570 - (-20\,000) = 17\,430$ eV ; $\lambda = \dfrac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{17\,430 \times 1{,}602 \times 10^{-19}} = 7{,}12 \times 10^{-11}$ m
- $E_2 \to E_1$: $\Delta E = -400 - (-2\,570) = 2\,170$ eV ; $\lambda = \dfrac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{2\,170 \times 1{,}602 \times 10^{-19}} = 5{,}72 \times 10^{-10}$ m

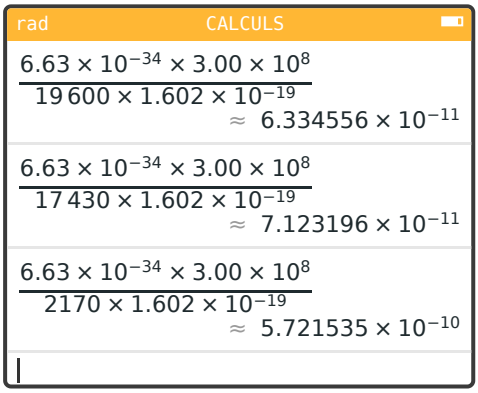
Les trois longueurs d'onde sont comprises entre 10^{-12} m et 10^{-8} m.

Les trois rayonnements émis appartiennent au domaine des rayons X.

PIÈGE
Laisser ΔE en électronvolts dans la formule : la longueur d'onde obtenue est alors fausse d'un facteur 10^{19}. Convertir d'abord en joules.

MÉTHODE
Pour gagner du temps : la plus grande et la plus petite des énergies donnent les deux longueurs d'onde extrêmes. Si elles sont dans le même domaine, la troisième y est aussi.

À LA CALCULATRICE



3.1 À partir du schéma, préciser la nature des interférences pour les états vibratoires en A₁ et A₂, puis en B₁ et B₂, et expliquer pourquoi elle diffère.

- En A₁ et A₂, les deux ondes incidentes sont dans le même état vibratoire (deux maxima sur la même ligne) : elles sont en phase. Leur superposition donnerait des interférences **constructives**.
- En B₁ et B₂, un maximum de l'une fait face à un minimum de l'autre : les deux ondes réfléchies sont en opposition de phase. Leur superposition donne des interférences **destructives**.
- Entre A et B, les deux ondes n'ont pas parcouru la même distance : celle qui se réfléchit sur le plan 2 parcourt en plus $\delta = 2\,d\,\sin\theta$.
  Dans la situation du schéma, $\delta = \left(k + \dfrac{1}{2}\right)\lambda$: ce parcours supplémentaire décale les ondes d'une demi-période.

A₁/A₂ : constructives ; B₁/B₂ : destructives ; la différence de parcours $\delta = 2\,d\,\sin\theta$ a déphasé l'onde réfléchie par le plan 2.

COMPRENDRE
En phase, les amplitudes s'ajoutent et l'onde résultante est renforcée. En opposition de phase, elles se compensent : pour deux ondes de même amplitude, l'onde résultante est nulle.

MÉTHODE
Sur un schéma d'ondes, comparer les états vibratoires le long d'une perpendiculaire aux rayons : crête face à crête, ondes en phase ; crête face à creux, opposition de phase.

3.2 Pour $\theta = 10{,}4^\circ$ et $\lambda = 0{,}154$ nm, déterminer la valeur de d dans le cas d'interférences constructives pour une différence de parcours minimale.

Données utiles $\delta = 2\,d\,\sin\theta$; interférences constructives : $\delta = k\,\lambda$; $\lambda = 0{,}154\ \text{nm} = 0{,}154 \times 10^{-9}\ \text{m}$

Interférences constructives : $\delta = k\,\lambda$. La différence de parcours n'est pas nulle (car $d \neq 0$ et $\theta \neq 0$) : sa plus petite valeur correspond à $k = 1$, soit $\delta = \lambda$.

Donc $2\,d\,\sin\theta = \lambda$, d'où $d = \dfrac{\lambda}{2\,\sin\theta}$

$$d = \frac{0{,}154 \times 10^{-9}}{2 \times \sin(10{,}4^\circ)} = 4{,}27 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

$d = 4{,}27 \times 10^{-10}$ m, soit 0,427 nm

PIÈGE

Calculatrice réglée en radians : $\sin(10{,}4)$ est alors négatif et la distance trouvée aussi. Vérifier le mode degrés. Autre erreur : prendre $k = 0$, qui donnerait $d = 0$.

COMPRENDRE

Quelques dixièmes de nanomètre : c'est l'ordre de grandeur de la distance entre atomes voisins dans un solide. Les rayons X, de longueur d'onde comparable, sont donc adaptés à l'étude des cristaux.

À LA CALCULATRICE

