L'effet Doppler peut-il perturber un danseur ?

Bac S 2016 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

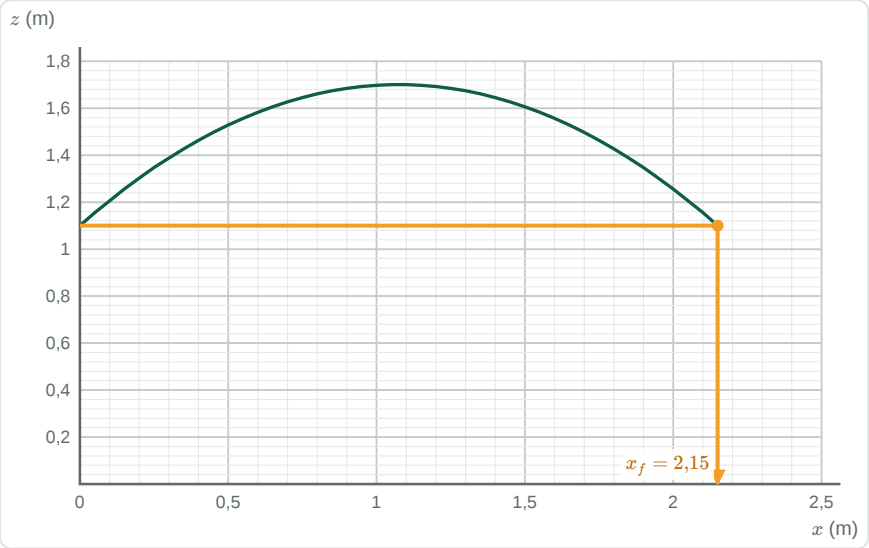
1.1 À l'aide des documents, déterminer la distance horizontale parcourue par Kilian lors de son grand jeté.

Données utiles courbe $z = f(x)$ de la trajectoire de G ; plan de la scène à l'échelle 1/120

Sur la courbe $z = f(x)$, le saut commence en G_i d'abscisse $x_i = 0$ m et se termine en G_f, dernier point de la courbe, d'abscisse $x_f = 2{,}15$ m.

La distance horizontale parcourue est $d = x_f - x_i$.

$$d = G_iG_f = 2{,}15 \text{ m}$$



1.1 · Trajectoire de G : lecture de l'abscisse de G_f

COMPRENDRE
La distance horizontale se lit sur l'axe des abscisses, pas le long de la courbe : la longueur de l'arc tient aussi compte du déplacement vertical de G.

MÉTHODE
Vérification avec le plan : mesurer G_iG_f à la règle sur la feuille puis multiplier par 120. Une mesure proche de 1,8 cm donne environ 2,2 m, ce qui confirme la lecture graphique.

1.2 En déduire la vitesse horizontale moyenne de Kilian lors de son grand jeté.

Données utiles $d = 2{,}15$ m (1.1) ; $\Delta t = 0{,}710$ s

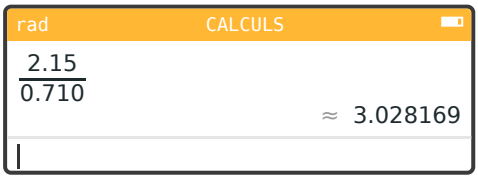
La vitesse horizontale moyenne est le quotient de la distance horizontale parcourue par la durée du saut :

$$v_x = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2{,}15}{0{,}710}$$

$$v_x = 3{,}03 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme d et Δt. Environ 11 km/h : une valeur réaliste pour un danseur lancé après une course d'élan.

À LA CALCULATRICE



2.1 Quelle est la fréquence des notes émises par le piano pendant le grand jeté de Kilian ?

D'après le tableau chronologique, Alice ne joue que des La3 pendant la course d'élan et le grand jeté. Le tableau des fréquences donne, pour le La de l'octave 3 :

$f_E = 440$ Hz

PIÈGE
Lire la bonne ligne du tableau des fréquences : le La vaut 110 Hz à l'octave 1 et 220 Hz à l'octave 2.

2.2 Quelle est la fréquence des notes perçues par Kilian pendant son grand jeté ? Expliquer en détail le raisonnement et le calcul.

Données utiles $f_E = 440$ Hz (2.1) ; $v_R = v_x = 3{,}03\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (1.2) ; $v_{son} = 340\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Le piano est l'émetteur, immobile ; Kilian est le récepteur, en mouvement par rapport au piano : il y a effet Doppler.

Sur le plan de la scène, G_f est plus loin du piano que G_i : Kilian s'éloigne de l'émetteur. La fréquence perçue est donc plus faible que la fréquence émise et s'écrit :

$$f_R = f_E \times \frac{v_{son}}{v_{son} + v_R}$$

La vitesse du récepteur est la vitesse horizontale de G, supposée constante : $v_R = v_x$.

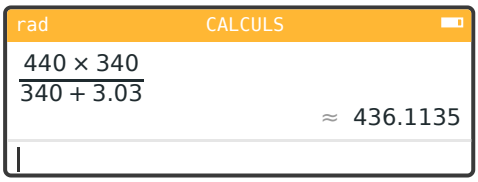
$$f_R = 440 \times \frac{340}{340 + 3{,}03}$$

$f_R = 436$ Hz

PIÈGE
Choisir la formule avec le signe « $-$ » : elle donnerait 444 Hz, un son plus aigu, ce qui correspond à un danseur qui se rapproche du piano.

MÉTHODE
Contrôle rapide du résultat : récepteur qui s'éloigne, donc $f_R < f_E$ et son plus grave ; récepteur qui s'approche, donc $f_R > f_E$ et son plus aigu.

À LA CALCULATRICE



2.3 Kilian a une oreille entraînée par des années d'études musicales : expliquer s'il peut percevoir cette différence de hauteur.

Données utiles $f_E = 440$ Hz ; $v_R = 3{,}03\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_{son} = 340\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; seuil d'une oreille entraînée : $\frac{1}{1000}$

Immobile, Kilian a entendu les premiers La3 à la fréquence émise, 440 Hz. Pendant le saut, il les perçoit à la fréquence f_R. La variation relative de fréquence entre ces deux sons successifs est :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{f_E - f_R}{f_E} = 1 - \frac{v_{son}}{v_{son} + v_R} = \frac{v_R}{v_{son} + v_R} = \frac{3{,}03}{340 + 3{,}03} = 8{,}8 \times 10^{-3}$$

Le seuil différentiel relatif d'une oreille entraînée vaut $\frac{1}{1000} = 1 \times 10^{-3}$.

Comme $8{,}8 \times 10^{-3} > 1 \times 10^{-3}$, la variation relative dépasse le seuil.

$\frac{\Delta f}{f} = 8{,}8 \times 10^{-3} > 1 \times 10^{-3}$: Kilian perçoit la différence de hauteur, le son lui paraît plus grave.

PIÈGE
Calculer $\frac{440 - 436}{440}$ avec la valeur arrondie de f_R : la différence 4 Hz n'a plus qu'un chiffre significatif et le résultat devient 9×10^{-3}. La conclusion reste la même.

COMPRENDRE
L'écart n'est que d'environ 4 Hz, mais c'est le rapport $\frac{\Delta f}{f}$ qui compte pour l'oreille : il vaut ici près de neuf fois le seuil d'un musicien.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{3.03}{340+3.03} \approx 0.008833047$$

2.4 Un autre danseur, n'ayant pas l'oreille entraînée, aurait-il été capable de percevoir cette différence de fréquence ?

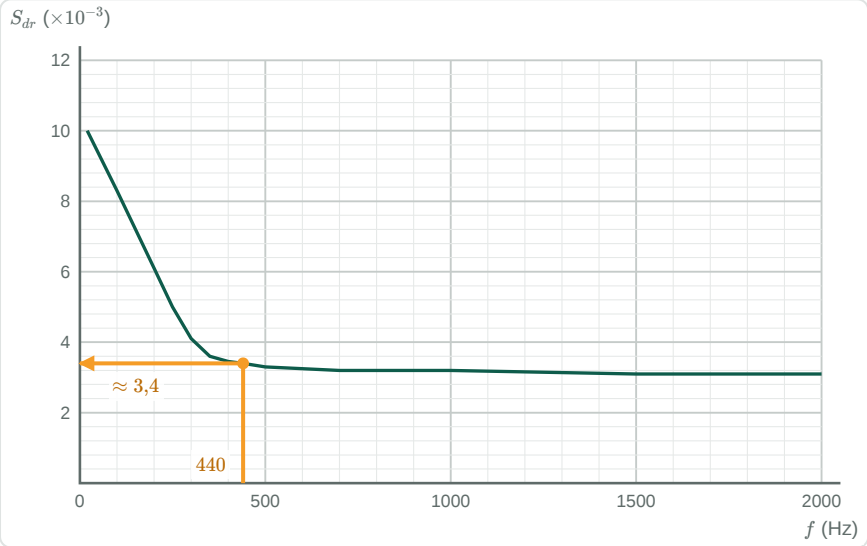
Données utiles courbe de la loi de Weber-Fechner (oreille moyenne) ; $\frac{\Delta f}{f} = 8{,}8 \times 10^{-3}$ (2.3)

Pour une oreille moyenne, le seuil se lit sur la courbe de Weber-Fechner. Pour un son de référence de fréquence 440 Hz, on lit $S_{dr} \approx 3{,}4 \times 10^{-3}$.

La variation relative subie pendant le saut est supérieure à ce seuil : $8{,}8 \times 10^{-3} > 3{,}4 \times 10^{-3}$.

Oui : avec $S_{dr} \approx 3{,}4 \times 10^{-3} < 8{,}8 \times 10^{-3}$, un danseur à l'oreille non entraînée percevrait aussi la différence de hauteur.

COMPRENDRE
La lecture est peu précise (entre 3×10^{-3} et 4×10^{-3} selon le tracé), mais la variation calculée vaut plus du double du seuil : la conclusion ne dépend pas de cette incertitude.



2.4 · Seuil différentiel relatif d'une oreille moyenne (zoom de 0 à 2000 Hz) : lecture à 440 Hz

3 Expliquer l'origine du désaccord entre Alice et Kilian.

Alice a raison : elle a joué la même note, un La3 de fréquence 440 Hz, pendant toute la fin de l'acte.

Kilian a raison lui aussi. Immobile, il a reçu les premiers La3 à 440 Hz. Pendant son grand jeté, il s'éloignait du piano à environ $3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$: par effet Doppler, il a perçu les La3 suivants à 436 Hz, donc plus graves.

La variation relative de fréquence, $8{,}8 \times 10^{-3}$, dépasse le seuil différentiel de l'oreille, entraînée ou non : la différence de hauteur était réellement audible pour lui.

Le désaccord vient de l'effet Doppler : la note émise est restée la même, mais le mouvement de Kilian par rapport au piano a abaissé la fréquence qu'il percevait.

COMPRENDRE
La fréquence émise ne dépend que de la source ; la fréquence perçue dépend aussi du mouvement relatif de l'émetteur et du récepteur. Assise à son piano, Alice n'observe aucun décalage.