Un étonnant ascenseur à bateaux : The Falkirk wheel

Bac S 2016 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1 Partie A. Parmi les référentiels R_1 (touriste sur la berge), R_2 (voyageur dans le bateau) et R_3 (technicien dans le godet opposé), lequel choisir pour étudier le mouvement et appliquer les lois de Newton ? Justifier.

Les lois de Newton s'appliquent dans un référentiel galiléen.

Le référentiel R_1 est lié au sol : c'est un référentiel terrestre, que l'on peut considérer comme galiléen pendant la durée de l'ascension.

Les référentiels R_2 et R_3 sont liés aux godets, qui décrivent des cercles par rapport au sol : ils ne sont pas galiléens.

Il faut choisir le référentiel R_1, terrestre, supposé galiléen.

COMPRENDRE
Dans R_2, le système est immobile : il n'y aurait aucun mouvement à étudier. Un référentiel n'est galiléen que s'il est en translation rectiligne uniforme par rapport à un autre référentiel galiléen.

2.1 Partie A. Identifier, parmi les graphiques A, B et C, celui qui représente l'évolution de la valeur de la vitesse du point G pendant l'ascension. Un argument quantitatif est attendu.

Données utiles échelle : 1 cm pour 2,0 m ; $\Delta t = 30$ s entre deux photographies ; $CG = 12$ m ; durée de l'ascension : 5 min 30 s

Sur l'enregistrement, les positions successives de G sont régulièrement espacées alors que les photographies sont prises à intervalles de temps égaux : la valeur de la vitesse est constante. Les graphiques A (vitesse décroissante) et C (vitesse croissante) sont écartés.

Argument quantitatif : entre deux positions voisines, on mesure par exemple $G_6G_7 \approx 1{,}7$ cm sur le schéma, soit $1{,}7 \times 2{,}0 = 3{,}4$ m en réalité.

$$v = \frac{G_6G_7}{\Delta t} = \frac{3{,}4}{30} = 0{,}11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 11 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

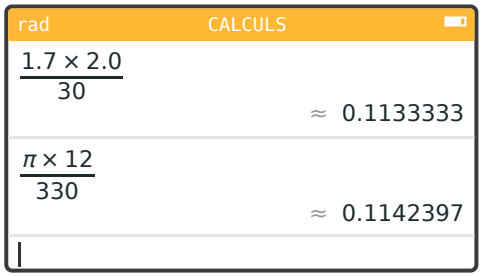
Le graphique B montre une vitesse constante égale à $11 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

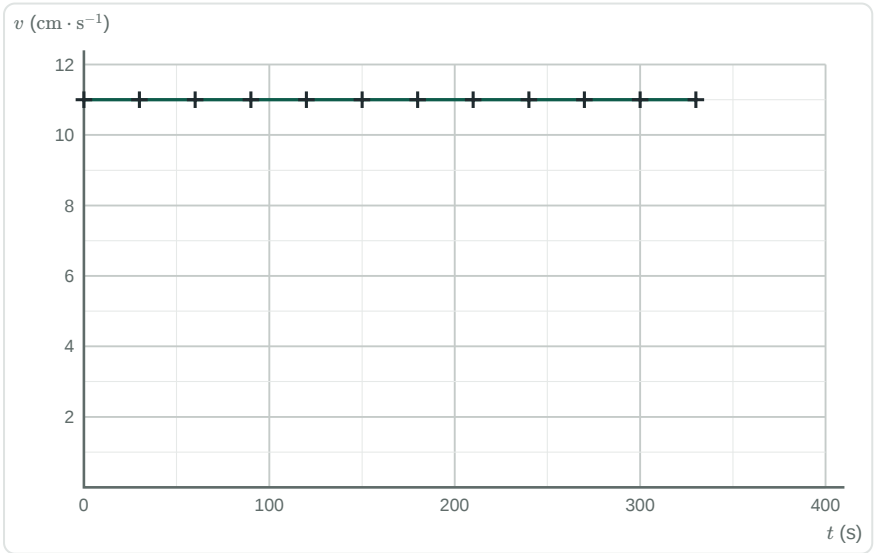
Le graphique B convient : $v \approx 11 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, constante.

PIÈGE
Oublier l'échelle ou la conversion : la longueur mesurée est en centimètres sur le papier, le graphique est gradué en $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ réels. Il faut passer par les mètres réels.

COMPRENDRE
Vérification sans mesure : G parcourt un demi-cercle de rayon 12 m en 330 s, donc $v = \frac{\pi R}{\Delta t_{\text{tot}}} = 0{,}11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Deux chiffres significatifs, comme la mesure et l'échelle.

À LA CALCULATRICE





2.1 · Graphique B : la vitesse reste égale à 11 cm·s⁻¹ pendant les 330 s de l'ascension

2.2 Partie A. Donner la nature du mouvement du point G en justifiant les termes employés.

Dans le référentiel terrestre :

- la trajectoire de G est un arc de cercle de centre C (toutes les positions sont à la même distance de C) : le mouvement est circulaire ;
- la valeur de la vitesse est constante (question 2.1) : le mouvement est uniforme.

Le mouvement de G est circulaire uniforme.

PIÈGE
Chaque adjectif doit être justifié séparément : « circulaire » décrit la trajectoire, « uniforme » décrit la valeur de la vitesse. Citer les deux mots sans justification ne rapporte pas tous les points.

2.3 Partie A. Citer au moins un adjectif pour qualifier l'accélération du système.

Le mouvement est circulaire uniforme : le vecteur accélération est dirigé à chaque instant vers le centre C de la trajectoire, comme le vecteur $\vec{a}_3$ tracé au point G_3.

L'accélération est centripète (ou radiale) ; sa valeur est constante.

COMPRENDRE
La valeur de la vitesse est constante, mais sa direction change : le vecteur vitesse varie, donc l'accélération n'est pas nulle. Seule sa valeur a est constante, pas le vecteur $\vec{a}$, qui tourne avec G.

3 Partie A. Déterminer la valeur de l'accélération du godet avec l'eau et son bateau. Le roulis est-il négligeable ?

Données utiles $v = 0{,}11\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (2.1) ; $R = CG = 12\ \text{m}$; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; échelle : 1 cm pour $8{,}0\times10^{-4}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Pour un mouvement circulaire uniforme de rayon R, la valeur de l'accélération est :

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{0{,}11^2}{12} = 1{,}0\times10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Vérification graphique : le vecteur $\vec{a}_3$ mesure environ 1,3 cm, soit $a = 1{,}3\times8{,}0\times10^{-4} = 1{,}0\times10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Seuil : $\frac{g}{100} = \frac{9{,}8}{100} = 9{,}8\times10^{-2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

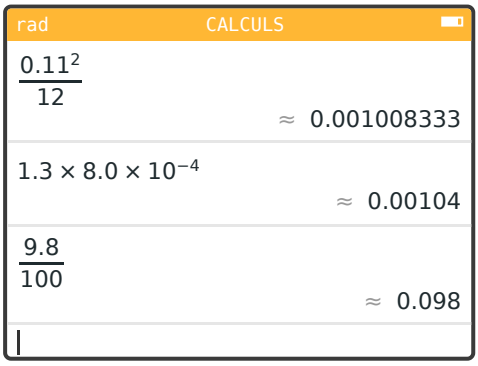
L'accélération est environ cent fois plus petite que ce seuil.

$a = 1{,}0\times10^{-3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} < \frac{g}{100}$: le roulis est négligeable.

PIÈGE
Comparer a à g au lieu de $\frac{g}{100}$, ou conclure sans écrire les deux valeurs avec la même unité et la même puissance de dix.

MÉTHODE
Deux voies donnent le même résultat : la relation $a = \frac{v^2}{R}$ ou la mesure du vecteur avec l'échelle des accélérations. Une seule suffit sur la copie ; l'autre sert de contrôle.

À LA CALCULATRICE



1.1 Partie B. Calculer la variation d'énergie mécanique d'un godet avec l'eau et son bateau lors de son ascension, l'ensemble étant immobile au départ et à l'arrivée.

Données utiles $m = 500\ \text{t} = 500 \times 10^3$ kg ; $h = 24$ m ; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

On note A la position basse et B la position haute. L'énergie mécanique est $E_m = E_c + E_{pp}$.

Le système est immobile en A et en B : $E_c(A) = E_c(B) = 0$. Donc :

$$\Delta E_m = E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = m\,g\,(z_B - z_A) = m\,g\,h$$

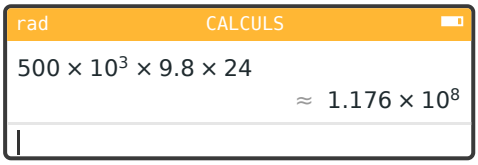
$$\Delta E_m = 500 \times 10^3 \times 9{,}8 \times 24$$

$\Delta E_m = 1{,}2 \times 10^8$ J

PIÈGE
Laisser la masse en tonnes : $1\ \text{t} = 10^3$ kg. Prendre 35 m (hauteur de l'édifice) au lieu de 24 m (élévation du bateau) est l'autre erreur fréquente.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme g et h.
L'énergie mécanique du godet augmente : il reçoit de l'énergie du reste du dispositif.

À LA CALCULATRICE



1.3 Partie B. 1.2.a. Choisir la relation correcte entre énergie et puissance. 1.2.b. Calculer l'énergie fournie par les moteurs lors d'une ascension. 1.3. Expliquer pourquoi elle est très inférieure à celle reçue par le godet.

Données utiles $1\ \text{J} = 1\ \text{W} \cdot \text{s}$; $P = 22{,}5$ kW ; $\Delta t = 5\ \text{min}\ 30\ \text{s}$; $\Delta E_m = 1{,}2 \times 10^8$ J (1.1)

1.2.a. D'après l'énoncé, $1\ \text{J} = 1\ \text{W} \cdot \text{s}$: une énergie est le produit d'une puissance (en W) par une durée (en s). Les deux autres expressions donneraient des $\text{W} \cdot \text{s}^{-1}$ et des $\text{W}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

1.2.a. $E = P \times \Delta t$

1.2.b. $\Delta t = 5 \times 60 + 30 = 330$ s et $P = 22{,}5 \times 10^3$ W.

$E = P \times \Delta t = 22{,}5 \times 10^3 \times 330$

1.2.b. $E = 7{,}43 \times 10^6$ J

1.3. Le bras porte deux godets de même masse. Pendant qu'un godet monte, l'autre descend de la même hauteur : l'énergie potentielle de pesanteur qu'il perd est transférée au godet qui monte. Les moteurs n'ont qu'à mettre l'ensemble en mouvement et à compenser les frottements.

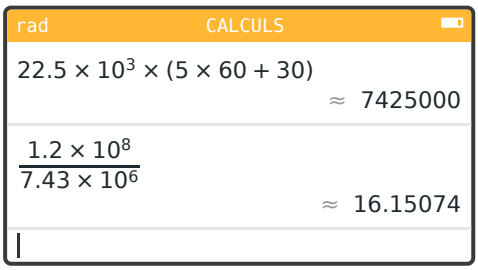
1.3. Le godet descendant sert de contrepoids : $E \ll \Delta E_m$ (environ 16 fois moins).

PIÈGE
Durée à convertir en secondes et puissance en watts : 5 min 30 s ne vaut pas 5,30 min, et 22,5 kW valent $22{,}5 \times 10^3$ W.

COMPRENDRE
Les deux godets ont la même masse, avec ou sans bateau : un bateau qui flotte chasse du godet une masse d'eau égale à la sienne. La roue reste équilibrée.

MÉTHODE
Pour trier des formules, raisonner sur les unités : écrire l'unité de chaque membre et ne garder que la relation homogène. L'énoncé rappelle ici $1\ \text{J} = 1\ \text{W} \cdot \text{s}$ pour cela.

À LA CALCULATRICE



2 Partie B. Calculer la valeur de l'énergie nécessaire pour porter à ébullition l'eau de huit bouilloires électriques (démarche à présenter, grandeurs à estimer).

Données utiles $c_{\text{eau}} = 4{,}2 \times 10^3$ J · kg^{-1} · °C^{-1} ; $\rho_{\text{eau}} = 1{,}0$ kg · L^{-1} ; contenance d'une bouilloire : 3,0 L

Masse d'eau à chauffer : $m_{\text{eau}} = \rho_{\text{eau}} \times V = 1{,}0 \times 8 \times 3{,}0 = 24$ kg.

Estimation : l'eau est prise à la température ambiante, $\theta_i \approx 20$ °C, et elle bout à $\theta_f = 100$ °C sous la pression atmosphérique.

L'eau liquide est un système incompressible ; sa variation d'énergie interne est :

$$\Delta U = m_{\text{eau}}\, c_{\text{eau}}\, (\theta_f - \theta_i)$$

$$\Delta U = 24 \times 4{,}2 \times 10^3 \times (100 - 20)$$

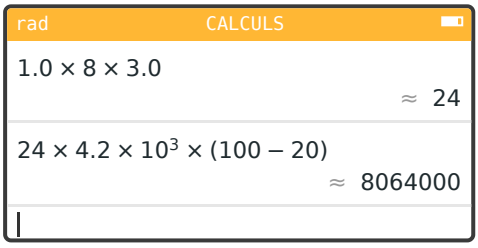
Cette énergie est le minimum que les bouilloires doivent fournir : on néglige les pertes thermiques vers l'air et l'énergie servant à chauffer les bouilloires elles-mêmes.

$\Delta U = 8{,}1 \times 10^6$ J

COMPRENDRE
Une autre température initiale raisonnable (15 °C, 25 °C) est acceptée : le résultat reste proche de 8×10^6 J. On chauffe jusqu'à l'ébullition, sans vaporiser l'eau.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer la grandeur estimée et sa valeur (ici θ_i), écrire la relation littérale, calculer, puis nommer ce qui est négligé. Chaque étape visible est notée, même si le calcul n'aboutit pas.

À LA CALCULATRICE



3 Partie B. L'affirmation « La roue tourne en utilisant l'énergie de huit bouilloires en fonctionnement » est-elle plausible ou totalement farfelue ?

Données utiles $E = 7{,}43 \times 10^6$ J (1.2.b) ; $\Delta U = 8{,}1 \times 10^6$ J (2)

Énergie fournie par les moteurs pour une ascension : $E = 7{,}43 \times 10^6$ J.

Énergie pour faire bouillir l'eau de huit bouilloires : $\Delta U = 8{,}1 \times 10^6$ J.

$$\frac{E}{\Delta U} = \frac{7{,}43 \times 10^6}{8{,}1 \times 10^6} \approx 0{,}92$$

Les deux énergies sont du même ordre de grandeur (10^7 J) et diffèrent de moins de 10 %.

L'affirmation est plausible : $E \approx \Delta U \approx 8 \times 10^6$ J.

COMPRENDRE
Avec la conversion rappelée par l'énoncé, $E = \dfrac{7{,}43 \times 10^6}{3600} \approx 2{,}1 \times 10^3$ Wh, soit environ 2 kWh pour élever 500 tonnes de 24 m.

À LA CALCULATRICE

