Spécialité : Rénovation d'un amphithéâtre

Bac S 2016 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Montrer que l'aire équivalente A de l'amphithéâtre avant travaux est égale à $88\ \text{m}^2$.

Données utiles $L = 15{,}0$ m ; $l = 11{,}0$ m ; $S_{\text{totale}} = 634\ \text{m}^2$; $\alpha_{\text{sol-murs}} = 0{,}17$; $\alpha_{\text{béton}} = 0{,}050$

Par définition, $A = \sum \alpha_i\, S_i$. Deux types de surfaces sont à distinguer : le plafond en béton, et l'ensemble sol + murs.

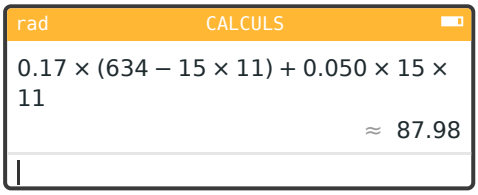
Le plafond est un rectangle horizontal : $S_{\text{plafond}} = L \times l = 15{,}0 \times 11{,}0 = 165\ \text{m}^2$.

Le reste vaut : $S_{\text{sol-murs}} = S_{\text{totale}} - S_{\text{plafond}} = 634 - 165 = 469\ \text{m}^2$.

$$A = \alpha_{\text{sol-murs}}\, S_{\text{sol-murs}} + \alpha_{\text{béton}}\, S_{\text{plafond}} = 0{,}17 \times 469 + 0{,}050 \times 165$$

$A = 87{,}98\ \text{m}^2 \approx 88\ \text{m}^2$, valeur attendue.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Multiplier $0{,}17$ par la surface totale $634\ \text{m}^2$: le plafond serait compté deux fois. Il faut le retrancher avant.

COMPRENDRE

Les coefficients α ont deux chiffres significatifs : le résultat aussi. Le béton absorbe très peu : le plafond, un quart de la surface, ne fournit que $8\ \text{m}^2$ sur 88.

COMPRENDRE

Le temps de réverbération et la formule de Sabine relevaient de l'ancien enseignement de spécialité (thème « Son et musique ») ; ils ne figurent plus au programme actuel.

2 Est-il possible de rénover le plafond avec l'un des matériaux proposés pour que des conférences se tiennent dans de bonnes conditions acoustiques ? Justifier précisément.

Données utiles $h = 8{,}5$ m ; pente du sol : 21° ; $T_R = 1{,}7$ s avant travaux ; $\alpha_{\text{mousse}} = 0{,}60$; $\alpha_{\text{moquette}} = 0{,}26$; $S_{\text{plafond}} = 165\ \text{m}^2$ et $S_{\text{sol-murs}} = 469\ \text{m}^2$ (Q1)

Volume de la salle. Vue de côté, la salle est un rectangle $L \times h$ privé d'un triangle rectangle de base L et de hauteur $L\tan(21^\circ)$, situé sous le sol incliné. Sur la largeur l :

$$V = l\left(L\,h - \frac{L^2\tan(21^\circ)}{2}\right)$$

$$V = 11{,}0 \times \left(15{,}0 \times 8{,}5 - \frac{15{,}0^2 \times \tan(21^\circ)}{2}\right) = 9{,}3 \times 10^2\ \text{m}^3$$

Objectif. Sur le graphique, pour une salle de conférences de volume un peu inférieur à $1\,000\ \text{m}^3$, le temps de réverbération optimal est $T_{R,\text{opt}} \approx 0{,}8$ s. La salle actuelle (1,7 s) résonne deux fois trop longtemps.

Choix du matériau. D'après $T_R = 0{,}16\,\dfrac{V}{A}$, à volume fixé, il faut augmenter A, donc remplacer le béton du plafond par un matériau de coefficient α plus grand. Le plus absorbant de la liste est la mousse :

$$A' = 0{,}17 \times 469 + 0{,}60 \times 165 = 179\ \text{m}^2$$

$$T'_R = 0{,}16 \times \frac{V}{A'} = 0{,}16 \times \frac{927}{179} = 0{,}83\ \text{s}$$

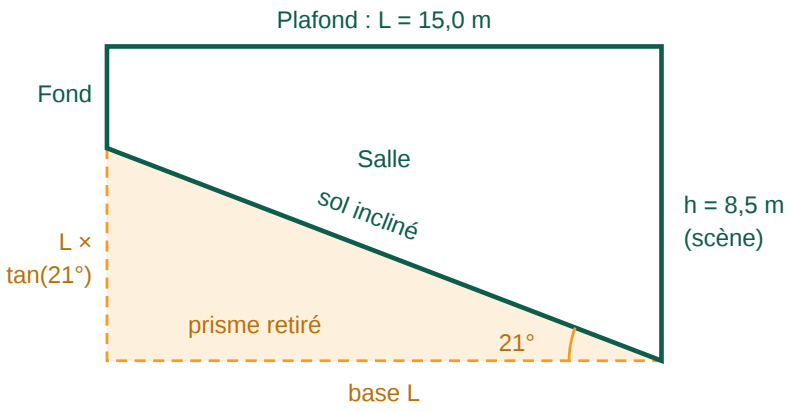
Avec la moquette, deuxième matériau de la liste, on obtiendrait $A'' = 123\ \text{m}^2$ et $T''_R = 1{,}2$ s : insuffisant. Le plâtre et le bois absorbent encore moins.

Oui : un plafond recouvert de mousse donne $T'_R \approx 0{,}83$ s, très proche de l'optimum de $0{,}8$ s ; c'est le seul matériau de la liste qui convient.

PIÈGE
L'axe des volumes est logarithmique : $930\ \text{m}^3$ se place juste avant la graduation $1\,000$, pas au milieu de l'intervalle 100–1 000. Et h est la hauteur maximale : $V \neq L \times l \times h$.

COMPRENDRE
Avec ce volume, la formule de Sabine redonne $A = 0{,}16 \times 927 \div 1{,}7 \approx 87\ \text{m}^2$, en accord avec la question 1. Le public et les sièges absorbent aussi : le temps réel sera un peu plus court.

MÉTHODE
Résolution de problème : 1) fixer l'objectif chiffré (lecture graphique) ; 2) identifier la grandeur sur laquelle agir (A) ; 3) tester le cas le plus favorable ; 4) conclure en comparant à l'objectif.



2 · Vue de côté de l'amphithéâtre : le volume est celui du pavé moins le prisme situé sous le sol

À LA CALCULATRICE

deg CALCULS

$$11.0 \times \left(15.0 \times 8.5 - \frac{15.0^2 \times \tan(21°)}{2}\right) \approx 927.4683$$

$$0.17 \times 469 + 0.60 \times 165 \approx 178.73$$

$$\frac{0.16 \times 927.47}{178.73} \approx 0.8302758$$

$$0.17 \times 469 + 0.26 \times 165 \approx 122.63$$

$$\frac{0.16 \times 927.47}{122.63} \approx 1.210105$$