Des aurores polaires et des électrons.

Bac S 2016 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1.1 Lorsque les effets de la relativité restreinte se font sentir, on parle de « dilatation des durées ». Montrer en quoi cette expression est appropriée.

Données utiles $\Delta t = \gamma\,\Delta t_0$ avec $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

Pour une particule en mouvement, $0 < v < c$, donc $0 < 1 - \dfrac{v^2}{c^2} < 1$: la racine carrée est inférieure à 1 et son inverse γ est supérieur à 1.

Comme $\Delta t = \gamma\,\Delta t_0$, la durée mesurée est plus grande que la durée propre, et l'écart augmente quand v se rapproche de c.

$\gamma > 1$ donc $\Delta t > \Delta t_0$: la durée mesurée est « dilatée » par rapport à la durée propre.

COMPRENDRE
La durée propre Δt_0 est mesurée dans le référentiel où les deux évènements ont lieu au même endroit (ici celui de la particule). C'est toujours la plus courte.

COMPRENDRE
La relativité restreinte figurait au programme de Terminale S. Elle n'est plus au programme actuel de la spécialité physique-chimie.

1.1.2 Une particule a une vitesse égale à 10 % de celle de la lumière dans un référentiel terrestre. On mesure $\Delta t = 1{,}0$ ns. Estimer Δt_0. Commenter.

Données utiles $v = 0{,}10\,c$; $\Delta t = 1{,}0$ ns

$\Delta t = \gamma\,\Delta t_0$ donc $\Delta t_0 = \dfrac{\Delta t}{\gamma} = \Delta t\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$, avec $\dfrac{v}{c} = 0{,}10$.

$$\Delta t_0 = 1{,}0 \times \sqrt{1-0{,}10^2} = 0{,}99 \text{ ns}$$

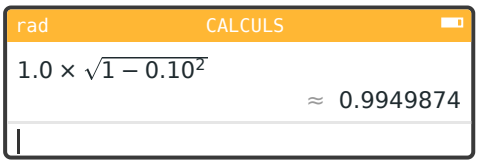
Les deux durées diffèrent de 0,5 % seulement : à 10 % de la vitesse de la lumière, la dilatation des durées reste à peine décelable.

$\Delta t_0 = 0{,}99$ ns $\approx \Delta t$: l'effet relativiste est très faible à cette vitesse.

PIÈGE
Multiplier par γ au lieu de diviser. La durée propre est la plus petite des deux : le résultat doit être inférieur à 1,0 ns.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme Δt et le rapport v/c. La valeur de c n'intervient pas : seul le rapport v/c compte.

À LA CALCULATRICE



1.1.3 « Les constantes fondamentales de la physique y sont modifiées de sorte que les phénomènes physiques habituellement cachés dans la vie courante deviennent manifestes ». Que veut dire l'auteur ? Illustrer en envisageant que la constante c ait une valeur plus petite.

Dans la vie courante, les vitesses sont infimes devant c : $\frac{v^2}{c^2} \approx 0$, donc $\gamma \approx 1$ et $\Delta t \approx \Delta t_0$. La dilatation des durées existe, mais elle est imperceptible.

Si c était beaucoup plus petite, par exemple $c = 20\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, un cycliste roulant à $v = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ aurait $\frac{v}{c} = 0{,}50$:

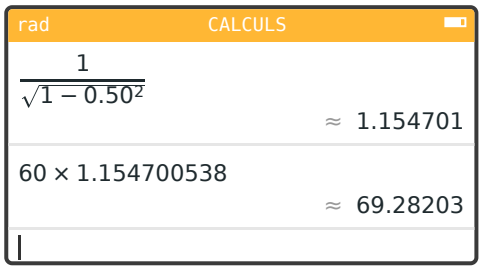
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}50^2}} = 1{,}15$$

Une durée d'une heure pour le cycliste durerait 1 h 09 min pour un passant immobile.

Avec une valeur de c proche des vitesses usuelles, γ s'écarte nettement de 1 et la dilatation des durées devient visible au quotidien.

MÉTHODE
« Illustrer » appelle un exemple chiffré. Choisir une valeur de c comparable à une vitesse familière, puis calculer γ : le correcteur attend un écart à 1 clairement visible.

À LA CALCULATRICE



1.2.1 Des deux représentations (1) et (2), identifier celle qui correspond à la théorie classique. Justifier en donnant deux arguments.

- En théorie classique, $E_c = \frac{1}{2} m v^2$, donc $\frac{v^2}{c^2} = \frac{2}{m c^2} E_c$: le rapport $\frac{v^2}{c^2}$ est proportionnel à E_c. Seule la représentation (2) est une droite passant par l'origine.
- Sur la représentation (2), $\frac{v^2}{c^2}$ dépasse 1 (graphe (a), au-delà de 0,26 MeV environ), soit $v > c$: c'est interdit par la relativité. La courbe (1), elle, reste sous 1.

La représentation (2) correspond à la théorie classique, la représentation (1) à la théorie relativiste.

COMPRENDRE
Aux faibles énergies, les deux représentations se confondent (graphe (b), jusqu'à 0,02 MeV environ) : la mécanique classique est la limite de la relativité aux petites vitesses.

1.2.2 Montrer qu'à partir d'une vitesse $v = 1{,}2 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, les électrons peuvent être considérés comme relativistes (écart relatif entre les énergies cinétiques classique et relativiste d'au moins 10 %).

Données utiles $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (valeur à connaître, absente de l'énoncé) ; graphe (b)

$$\frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{1{,}2 \times 10^8}{3{,}00 \times 10^8}\right)^2 = 0{,}16$$

Sur le graphe (b), pour cette ordonnée :

- droite (2), modèle classique : $E_{c2} \approx 0{,}041$ MeV ;
- courbe (1), modèle relativiste : $E_{c1} \approx 0{,}047$ MeV.

$$\frac{E_{c1} - E_{c2}}{E_{c1}} = \frac{0{,}047 - 0{,}041}{0{,}047} = 0{,}13$$

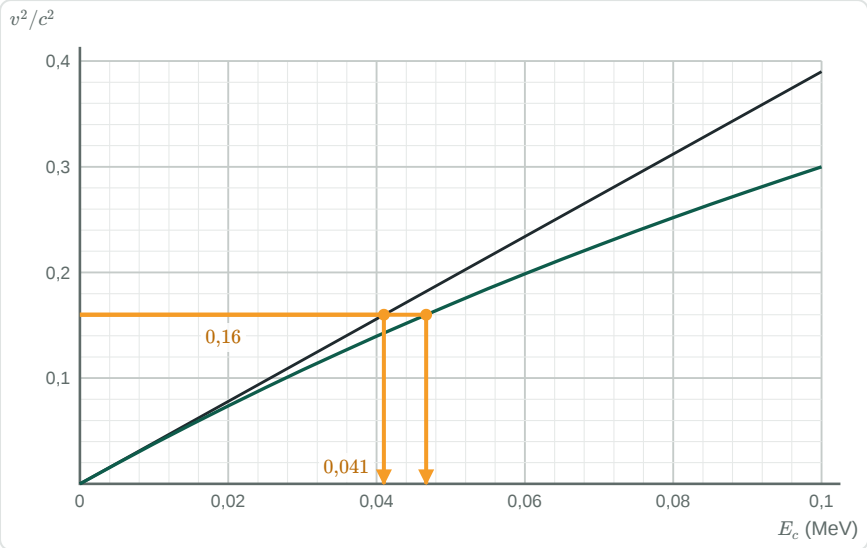
Les deux représentations s'écartent de plus en plus quand v augmente : l'écart ne peut que croître au-delà de cette vitesse.

Écart relatif d'environ 13 %, supérieur à 10 % : à partir de $v = 1{,}2 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, l'électron doit être traité comme relativiste.

PIÈGE
Entrer dans le graphe avec $v/c = 0{,}40$: l'ordonnée est v^2/c^2. Il faut élever au carré avant de lire.

COMPRENDRE
La lecture se fait à une demi-graduation près (0,001 MeV) : selon le tracé, on trouve entre 11 % et 15 %. La conclusion ne change pas.

MÉTHODE
Contrôle de la lecture sur (2) : $\frac{1}{2} m v^2 = 6{,}56 \times 10^{-15}$ J, soit 0,041 MeV après division par $1{,}60 \times 10^{-13}$ J par MeV.



1.2.2 · Graphe (b) du sujet : droite (2) au-dessus, courbe (1) en dessous ; lectures pour $v^2/c^2 = 0{,}16$: $0{,}041$ MeV sur (2) et $0{,}047$ MeV sur (1)

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\left(\frac{1.2 \times 10^8}{3.00 \times 10^8}\right)^2 \approx 0.16$

$\frac{0.047 - 0.041}{0.047} \approx 0.1276596$

2.1 Donner un ordre de grandeur de la valeur de la longueur d'onde d'une onde électromagnétique dans le domaine du visible.

Dans le vide, le domaine visible s'étend de 400 nm (violet) à 800 nm (rouge) environ, soit une valeur moyenne $\lambda \approx 600\ \text{nm} = 6 \times 10^{-7}$ m.

$\lambda \approx 6 \times 10^{-7}$ m, soit un ordre de grandeur de 10^{-6} m.

COMPRENDRE

L'ordre de grandeur est la puissance de dix la plus proche : 6×10^{-7} s'arrondit à 10^{-6}. Répondre « quelques centaines de nanomètres » convient aussi.

2.2 Montrer par un calcul qu'il n'est pas nécessaire que les électrons pénétrant dans l'atmosphère soient relativistes (au sens de la question 1.2.2) pour participer à la création des aurores polaires.

Données utiles $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s ; $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\lambda \approx 6{,}0 \times 10^{-7}$ m (2.1) ; seuil relativiste $1{,}2 \times 10^{8}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (1.2.2)

Démarche. L'électron cède de l'énergie à un atome, qui la restitue en émettant un photon visible. Il suffit donc que l'énergie cinétique de l'électron soit au moins égale à l'énergie de ce photon. On calcule la vitesse correspondante et on la compare au seuil de la question 1.2.2.

Énergie d'un photon visible :

$$E = \frac{h\,c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{6{,}0 \times 10^{-7}} = 3{,}3 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

soit environ 2,1 eV.

Vitesse minimale de l'électron, en mécanique classique : $\frac{1}{2}\,m\,v^2 = E$ donc

$$v = \sqrt{\frac{2\,E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}3 \times 10^{-19}}{9{,}11 \times 10^{-31}}} = 8{,}5 \times 10^{5}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Cette vitesse est environ 140 fois plus petite que $1{,}2 \times 10^{8}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$v \approx 8{,}5 \times 10^{5}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} \ll 1{,}2 \times 10^{8}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$: un électron non relativiste suffit à provoquer l'émission de lumière visible.

PIÈGE
Dans une question ouverte, un calcul sans phrase rapporte peu. Annoncer l'hypothèse (énergie de l'électron au moins égale à celle du photon), calculer, puis comparer explicitement au seuil.

COMPRENDRE
L'usage de $\frac{1}{2}\,m\,v^2$ est justifié après coup : la vitesse trouvée est très inférieure au seuil, l'électron est bien classique.

MÉTHODE
Autre voie, par les énergies : au seuil relativiste, $E_c \approx 0{,}041$ MeV (1.2.2), soit $4{,}1 \times 10^{4}$ eV, vingt mille fois l'énergie d'un photon visible.

À LA CALCULATRICE

