Ondes et électrons

Bac S 2016 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Quelle condition sur la longueur d'onde permet d'observer le phénomène de diffraction ?

La diffraction s'observe nettement lorsque la longueur d'onde λ de l'onde est du même ordre de grandeur que la dimension a de l'obstacle ou de l'ouverture qu'elle rencontre (ou supérieure à cette dimension).

Ici, l'obstacle est le réseau cristallin, de pas $a \approx 0{,}1$ nm.

Condition : λ de l'ordre de grandeur de a, soit $\lambda \approx 0{,}1$ nm pour un cristal.

COMPRENDRE
Plus le rapport λ/a est grand, plus l'onde s'étale après l'obstacle. Avec la lumière, on voit encore la diffraction pour une fente cent fois plus large que λ.

1.2 Expliquer en quoi la figure 1 illustre l'hypothèse d'un comportement ondulatoire des électrons.

La diffraction est un phénomène caractéristique des ondes.

Sur la figure 1, le faisceau d'électrons qui a traversé la feuille d'aluminium donne des anneaux concentriques, comme le faisceau de rayons X, qui est une onde électromagnétique. Les électrons sont donc diffractés par les cristaux.

Les électrons, qui sont des particules, subissent la diffraction : ils ont aussi un comportement ondulatoire.

MÉTHODE
Raisonnement en trois temps : ce que l'on observe (des anneaux identiques), la propriété connue (seules les ondes diffractent), la conclusion (l'électron se comporte comme une onde).

1.3 Donner la relation de de Broglie qui prend en compte ce comportement ondulatoire des électrons. Quelle est sa signification ?

Relation de de Broglie :

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \text{avec } p = m\,v$$

λ : longueur d'onde de l'onde de matière associée à la particule (m) ; h : constante de Planck (J·s) ; p : quantité de mouvement de la particule (kg·m·s^{-1}).

Signification : à toute particule en mouvement est associée une onde. La relation relie une grandeur ondulatoire (λ) à une grandeur particulaire (p) : elle traduit la dualité onde-particule.

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\,v}$: une particule de quantité de mouvement p se comporte comme une onde de longueur d'onde λ.

PIÈGE
Donner la formule sans nommer les grandeurs ni leurs unités, ou oublier la seconde partie de la question : la signification vaut une partie des points.

COMPRENDRE
La relation de de Broglie et les ondes de matière figuraient au programme de Terminale S ; elles ne sont plus au programme actuel de spécialité.

2.1 Montrer que le poids de l'électron peut être négligé devant la force électrique qu'il subit.

Données utiles $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C ; $U \approx 100$ V ; $d < 1$ m ; $E = \dfrac{U}{d}$; $g = 9{,}81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$

Poids de l'électron : $P = m\,g = 9{,}11 \times 10^{-31} \times 9{,}81 = 8{,}94 \times 10^{-30}$ N, soit un ordre de grandeur de 10^{-29} N.

Force électrique : $F = e\,E = \dfrac{e\,U}{d}$. Comme $d < 1$ m, la valeur la plus faible possible est

$$F > \frac{1{,}60 \times 10^{-19} \times 100}{1} = 1{,}60 \times 10^{-17}\ \text{N}$$

soit un ordre de grandeur d'au moins 10^{-17} N.

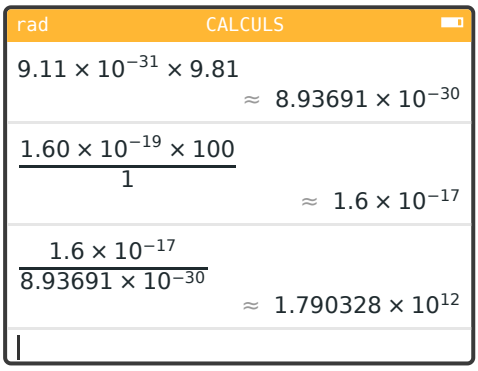
$$\frac{F}{P} > \frac{1{,}60 \times 10^{-17}}{8{,}94 \times 10^{-30}} \approx 2 \times 10^{12}$$

F est au moins 10^{12} fois plus grande que P : le poids est négligeable devant la force électrique.

COMPRENDRE
U n'est donnée qu'en ordre de grandeur : seuls les ordres de grandeur des forces ont un sens ici. Ailleurs, le résultat garde autant de chiffres significatifs que la donnée la moins précise.

MÉTHODE
Pour montrer qu'une force est négligeable, calculer le rapport des deux valeurs. Ici d est inconnue : prendre le cas le plus défavorable ($d = 1$ m). Si la conclusion tient alors, elle tient pour toute distance plus petite.

À LA CALCULATRICE



2.2 Représenter sur un schéma la force électrique $\vec{F}$ subie par l'électron entre les plaques et le champ électrostatique $\vec{E}$. Justifier cette représentation.

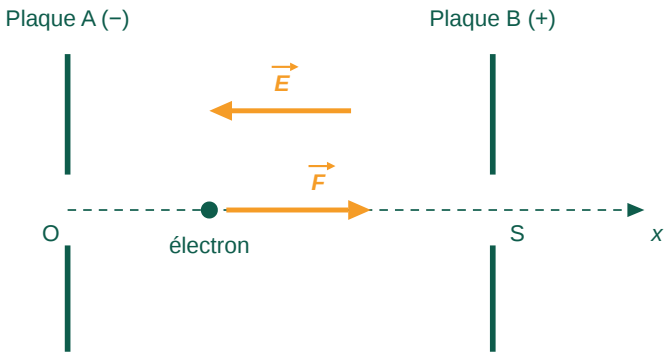
L'électron part de la plaque A sans vitesse initiale et il est accéléré jusqu'à la sortie S, sur la plaque B : la force électrique $\vec{F}$ est donc horizontale, dirigée de A vers B.

Or $\vec{F} = q\,\vec{E} = -e\,\vec{E}$. La charge de l'électron est négative : $\vec{E}$ a la même direction que $\vec{F}$, mais le sens opposé.

$\vec{F}$ est horizontale, de A vers B ; $\vec{E}$ est horizontal, de B vers A (voir le schéma).

PIÈGE
Dessiner $\vec{E}$ dans le sens de $\vec{F}$. Pour une charge négative, force et champ sont de sens opposés.

COMPRENDRE
Le champ va de la plaque positive vers la plaque négative : B est donc chargée positivement et attire l'électron, A est chargée négativement et le repousse.



2.2 · Force électrique et champ électrostatique entre les plaques A et B

2.3 Montrer qu'en sortie S du dispositif, la vitesse d'un électron s'écrit $v_S = \sqrt{\dfrac{2\,e\,U}{m}}$.

Données utiles vitesse nulle à l'entrée ; poids négligeable (2.1) ; $\vec{F} = -e\,\vec{E}$ (2.2) ; $E = \dfrac{U}{d}$

Système {électron}, de masse m constante ; référentiel du laboratoire supposé galiléen ; seule force : $\vec{F} = -e\,\vec{E}$ (poids négligé).

Axe (Ox) horizontal, orienté de A vers B, d'origine O sur la plaque A (position de l'électron à $t = 0$).

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{a} = -e\,\vec{E}$. Sur (Ox), $E_x = -E$ car $\vec{E}$ est dirigé de B vers A, donc

$$a_x = \frac{e\,E}{m}$$

$a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$: par intégration, $v_x(t) = \dfrac{e\,E}{m}\,t + C_1$; or $v_x(0) = 0$, donc $C_1 = 0$ et $v_x(t) = \dfrac{e\,E}{m}\,t$.

$v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$: par intégration, $x(t) = \dfrac{e\,E}{2\,m}\,t^2 + C_2$; or $x(0) = 0$, donc $C_2 = 0$ et $x(t) = \dfrac{e\,E}{2\,m}\,t^2$.

En S, à la date t_S : $x(t_S) = d$, donc $t_S = \sqrt{\dfrac{2\,m\,d}{e\,E}}$.

$$v_S = v_x(t_S) = \frac{e\,E}{m}\sqrt{\frac{2\,m\,d}{e\,E}} = \sqrt{\frac{2\,e\,E\,d}{m}}$$

Comme $E = \dfrac{U}{d}$, on a $E\,d = U$.

$v_S = \sqrt{\dfrac{2\,e\,U}{m}}$, qui est bien l'expression attendue.

PIÈGE
Écrire $a_x = -\dfrac{e\,E}{m}$ en oubliant que $E_x = -E$: l'électron serait freiné. Vérifier que a_x est positive, puisque l'électron accélère vers B.

COMPRENDRE
La distance d disparaît du résultat : seule la tension compte. On retrouve $\dfrac{1}{2}\,m\,v_S^2 = e\,U$, c'est-à-dire le théorème de l'énergie cinétique, qui donne le résultat en deux lignes.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : système, référentiel, forces, deuxième loi de Newton, projection, puis deux intégrations avec les conditions initiales. La date d'arrivée se tire de la position, la vitesse s'en déduit.

2.4.1 Montrer que la tension s'écrit $U = \dfrac{h^2}{2\,m\,e\,\lambda^2}$ lorsque la longueur d'onde de l'onde de matière vaut λ.

Données utiles $\lambda = \dfrac{h}{m\,v}$ (1.3) ; $v_S = \sqrt{\dfrac{2\,e\,U}{m}}$ (2.3)

Relation de de Broglie pour l'électron qui sort en S : $\lambda = \dfrac{h}{m\,v_S}$, soit $m\,v_S = \dfrac{h}{\lambda}$.

Avec l'expression de v_S :

$$m\sqrt{\frac{2\,e\,U}{m}} = \sqrt{2\,m\,e\,U} = \frac{h}{\lambda}$$

En élevant au carré : $2\,m\,e\,U = \dfrac{h^2}{\lambda^2}$.

$U = \dfrac{h^2}{2\,m\,e\,\lambda^2}$, qui est bien l'expression attendue.

PIÈGE
Faire entrer m sous la racine sans l'élever au carré : $m\sqrt{\dfrac{2\,e\,U}{m}} = \sqrt{\dfrac{2\,e\,U\,m^2}{m}} = \sqrt{2\,m\,e\,U}$.

2.4.2 Retrouver l'ordre de grandeur de la tension U que Davisson et Germer ont dû choisir pour leur expérience.

Données utiles $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s ; $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C ; $\lambda \approx 0{,}1$ nm $= 0{,}1 \times 10^{-9}$ m

Avec $\lambda = 0{,}1 \times 10^{-9}$ m dans $U = \dfrac{h^2}{2\,m\,e\,\lambda^2}$:

$$U = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34})^2}{2 \times 9{,}11 \times 10^{-31} \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times (0{,}1 \times 10^{-9})^2}$$

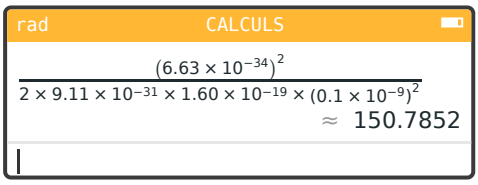
$$U = 1{,}5 \times 10^{2}\ \text{V}$$

$U \approx 1{,}5 \times 10^2$ V : l'ordre de grandeur est 10^2 V, en accord avec la tension « de l'ordre de 100 V » annoncée.

PIÈGE
Laisser λ en nanomètres, ou oublier le carré sur λ : le résultat est alors faux de plusieurs puissances de dix.

COMPRENDRE
λ n'est connue qu'en ordre de grandeur : la valeur 150 V n'a pas de précision réelle, seule la puissance de dix est à retenir.

À LA CALCULATRICE



3 Expliquer en quelques lignes une raison qui a pu motiver les chercheurs à se lancer dans l'élaboration d'un microscope électronique.

Données utiles résolution proportionnelle à la longueur d'onde ; $U \approx 100$ kV ; $U = \dfrac{h^2}{2\,m\,e\,\lambda^2}$ (2.4.1)

Un microscope optique utilise la lumière visible, de longueur d'onde comprise entre 400 nm et 800 nm : il ne peut pas séparer deux détails plus proches que quelques centaines de nanomètres.

Pour des électrons, $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2\,m\,e\,U}}$: une tension de 100 V donne déjà $\lambda \approx 0{,}1$ nm, et λ diminue encore quand U augmente. Avec $U \approx 100$ kV, mille fois plus grande, λ est divisée par $\sqrt{1000} \approx 30$: elle vaut quelques picomètres.

La résolution étant proportionnelle à la longueur d'onde, elle est bien meilleure avec des électrons.

La longueur d'onde des électrons est au moins 10^4 fois plus petite que celle de la lumière visible : le microscope électronique distingue des détails beaucoup plus fins, jusqu'à l'échelle de l'atome.

COMPRENDRE

À 100 kV, l'électron atteint plus de la moitié de la célérité de la lumière : la formule non relativiste n'est qu'une estimation, mais l'ordre de grandeur reste correct.

MÉTHODE

Question de synthèse : citer l'information du texte (résolution proportionnelle à λ), comparer deux ordres de grandeur chiffrés (visible et électrons), puis conclure sur l'intérêt de l'appareil.

À LA CALCULATRICE

