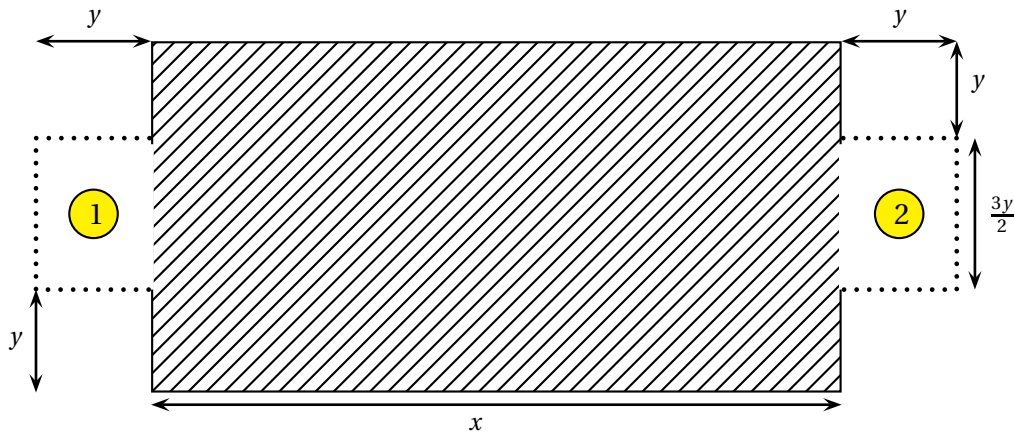


Problème mathématique

Question 11

Monsieur Dupont est propriétaire d'un terrain. La figure suivante représente le terrain.



La zone hachurée représente la partie du terrain qui est qualifiée d'agricole et les zones non hachurées sont considérées comme constructibles. Ces 2 zones, de même surface, sont notées Zone 1 et Zone 2. La ligne (non pointillée) en gras représente la façade extérieure de la zone agricole. La ligne pointillée en gras représente la façade extérieure des zones constructibles. La longueur de la partie agricole est notée x (avec $x > 0$). La largeur de la partie agricole dépend de y , où $y = p \times x$, avec p qui est une valeur telle que $0 < p < 1$.

Supposons que M. Dupont souhaite vendre la Zone 1 et fixe le prix d'un mètre carré à 100 euros. Le service d'urbanisme de la commune où se trouve la Zone 1 impose à l'acheteur de limiter les 4 côtés du terrain constructible par une clôture. En moyenne, la construction d'un mètre de clôture coûte 15 euros.

Par ailleurs, l'acheteur, en plus du prix du terrain et celui de la clôture, doit également payer 1 360 euros de frais administratifs pour finaliser l'achat.

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Il existe une valeur de p telle que la surface de la zone agricole est égale à celle de l'ensemble des zones constructibles.		✓
B. Il existe une valeur de p telle que la surface totale des zones constructibles est égale à 25 % de la surface du terrain.	✓	
C. Si $y = 8$ mètres, alors un acheteur doit payer 12 000 euros pour acquérir la Zone 1.		✓
D. Si un acheteur paie 19 000 euros pour acquérir la Zone 1, alors y est inférieur à 11 mètres	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – Zone 2 : $y \times \frac{3y}{2}$; zone 1 de même aire et de largeur y a aussi une hauteur $\frac{3y}{2}$. Largeur agricole : $y + \frac{3y}{2} + y = \frac{7y}{2}$. Aire agricole $\frac{7}{2}px^2$, constructible $3p^2x^2$; égalité $\iff p = \frac{7}{6} > 1$, impossible avec $0 < p < 1$.
- **B. VRAI** – $3p^2x^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{7}{2}px^2 + 3p^2x^2 \right) \iff \frac{9}{4}p^2 = \frac{7}{8}p \iff p = \frac{7}{18} \approx 0,39 \in]0; 1[$.

- **C. FAUX** – Zone 1 pour $y = 8$: aire $\frac{3}{2} \cdot 64 = 96 \text{ m}^2$ soit 9 600 € ; clôture des 4 côtés $2(y + \frac{3y}{2}) = 5y = 40$ m soit 600 € ; total $9600 + 600 + 1360 = 11\,560$ €, pas 12 000.
- **D. VRAI** – Coût $= 150y^2 + 75y + 1360 = 19\,000 \iff 150y^2 + 75y - 17\,640 = 0 \Rightarrow y \approx 10,60 < 11$.