

Raisonnement mathématique

Question 8

Soit les fonctions f et g définies par

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 2 \quad \text{et} \quad g(x) = 7.$$

Soit la fonction h définie par $h(x) = f(x) + g(x)$

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $h'(0) = f'(0)$	✓	
B. La fonction f admet deux extremums.	✓	
C. La fonction f admet un maximum en $(2; -6)$.		✓
D. L'équation $f(x) = 0$ possède 3 solutions et l'équation $h(x) = 0$ possède une seule solution.	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – $h = f + 7$ donc $h' = f'$ partout, en particulier $h'(0) = f'(0) = 0$.
- **B. VRAI** – $f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x - 2)$ change de signe en 0 et en 2 : maximum local $f(0) = 2$, minimum local $f(2) = -6$.
- **C. FAUX** – En $x = 2$, f' passe de négatif à positif : $(2; -6)$ est un minimum, pas un maximum.
- **D. VRAI** – $f(-1) = -6 < 0$, $f(0) = 2 > 0$, $f(2) = -6 < 0$, $f(3) = 2 > 0$: trois solutions. $h(x) = 2x^3 - 6x^2 + 9$ a un minimum local $h(2) = 1 > 0$ et un maximum local $h(0) = 9$, donc une seule solution (vers $x \approx -1,05$).