

Raisonnement mathématique

Question 6

Soit f et g les fonctions définies par $g(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2}$ et $f(x) = 3 \ln[g(x)]$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Le domaine de définition de f est $]1; +\infty[$.		✓
B. $f'(1) = \frac{2}{3}$.		✓
C. La fonction f est concave sur $] -\infty; 0[$.	✓	
D. La fonction g est une fonction paire.		✓

Corrigé

- **A. FAUX** – $g(x) = ((x-1)^2)^{1/3} \geq 0$ est définie sur $\mathbb{R}$ et ne s'annule qu'en 1; $f = 3 \ln g$ est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, pas seulement sur $]1; +\infty[$.
- **B. FAUX** – f n'est pas définie en 1 ($g(1) = 0$), donc $f'(1)$ n'existe pas.
- **C. VRAI** – $f(x) = \ln((x-1)^2) = 2 \ln|x-1|$, $f'(x) = \frac{2}{x-1}$, $f''(x) = -\frac{2}{(x-1)^2} < 0$: f est concave sur $] -\infty; 1[$, donc sur $] -\infty; 0[$.
- **D. FAUX** – $g(-x) = ((x+1)^2)^{1/3} \neq g(x)$ en général ($g(0) = 1$, $g(2) = 1$ mais $g(-2) = 9^{1/3}$) : g n'est pas paire (elle est symétrique par rapport à $x = 1$).