

Raisonnement mathématique

Question 10

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \ln(x^4 - 1).$$

Soit $\mathcal{D}_f$ l'ensemble de définition de f .

Affirmation	VRAI	FAUX
A. L'ensemble de définition est $\mathcal{D}_f =]0; +\infty[$		✓
B. Pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $f'(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$		✓
C. f est strictement croissante sur $\mathcal{D}_f$		✓
D. $f(x) = \ln(x^4) - \ln(1)$		✓

Corrigé

- **A. FAUX** – $x^4 - 1 > 0 \iff x^4 > 1 \iff |x| > 1 : \mathcal{D}_f =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$, pas $]0; +\infty[$ (par exemple $f(1/2)$ n'existe pas).
- **B. FAUX** – $f'(x) = \frac{(x^4 - 1)'}{x^4 - 1} = \frac{4x^3}{x^4 - 1}$.
- **C. FAUX** – Sur $] -\infty; -1[$, $4x^3 < 0$ et $x^4 - 1 > 0$ donc $f' < 0 : f$ y est décroissante.
- **D. FAUX** – $\ln(x^4) - \ln 1 = \ln(x^4) = \ln(x^4 - 1)$ n'est pas vrai : le logarithme d'une différence n'est pas la différence des logarithmes (par exemple $f(\sqrt{2}) = \ln 3 \neq \ln 4$).