

Raisonnement mathématique

Question 9

Une usine a fabriqué des clous de 1,8 centimètres de longueur.

Ces clous sont stockés dans une caisse.

On note X la variable aléatoire ayant pour valeurs les longueurs de clous possibles exprimées en centimètres, p_i la probabilité qu'un clou soit de longueur x_i . On donne :

x_i	1,4	1,6	1,8	2	2,2
p_i	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

Affirmation	VRAI	FAUX
A. L'espérance mathématique de X est 1,8	✓	
B. Si on prélève un clou au hasard dans la caisse, la probabilité qu'il mesure 2 centimètres ou plus est égale à $\frac{1}{4}$	✓	
C. 4 fois de suite, on prélève au hasard un clou dans la caisse, on le mesure et on l'y remet. La probabilité d'avoir prélevé un ou plusieurs clous mesurant 1,4 centimètres est égale à $\left(\frac{1}{12}\right)^4$		✓
D. 4 fois de suite, on prélève au hasard un clou dans la caisse, on le mesure et on l'y remet. La probabilité d'avoir prélevé un ou plusieurs clous de longueur strictement inférieure à 1,6 centimètre est $1 - \left(\frac{11}{12}\right)^4$	✓	

Corrigé

- A. **VRAI** – $E(X) = \frac{1,4}{12} + \frac{1,6}{6} + \frac{1,8}{2} + \frac{2}{6} + \frac{2,2}{12} = 1,8$ (distribution symétrique autour de 1,8).
- B. **VRAI** – $P(X \geq 2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$.
- C. **FAUX** – $\left(\frac{1}{12}\right)^4$ est la probabilité que les 4 clous mesurent 1,4 cm. « Un ou plusieurs » vaut $1 - \left(\frac{11}{12}\right)^4 \approx 0,294$.
- D. **VRAI** – Strictement inférieur à 1,6 cm : seule la valeur 1,4, de probabilité $1/12$. Au moins un sur 4 tirages indépendants : $1 - \left(\frac{11}{12}\right)^4$.