

Raisonnement mathématique

Question 7

Soit g la fonction définie et dérivable sur l'ensemble $] -\infty ; -5[\cup] -5 ; +\infty[$.

On donne ci-dessous le tableau de variations de g

x	$-\infty$	-5	-1	4	$+\infty$
Variations de g	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	5	1

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $] -1 ; +\infty[$ par

$$f(x) = \ln(g(x)).$$

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Pour tout réel $x \in] -1 ; +\infty[$, $g(x) \leq 5$	✓	
B. Pour tout réel $x \in] -5 ; 4]$, $g'(x) \geq 0$	✓	
C. La fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $[4 ; +\infty[$	✓	
D. La dérivée $f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ est négative sur $[4 ; +\infty[$	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – Sur $] -5 ; +\infty[$, g croît jusqu'au maximum $g(4) = 5$ puis décroît vers 1; donc $g(x) \leq 5$ sur $] -1 ; +\infty[$.
- **B. VRAI** – g est dérivable et croissante sur $] -5 ; 4]$, donc $g'(x) \geq 0$ sur cet intervalle.
- **C. VRAI** – Sur $[4 ; +\infty[$, g est strictement décroissante de 5 vers 1 (valeurs > 0) et $\ln$ est strictement croissante : $f = \ln \circ g$ est strictement décroissante.
- **D. VRAI** – $f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ avec $g(x) > 0$ et $g'(x) \leq 0$ sur $[4 ; +\infty[$ ($g'(4) = 0$ au maximum) : f' est négative (au sens large) sur cet intervalle.