

Raisonnement mathématique

Question 10

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

On désigne par $\mathcal{D}_f$ l'ensemble de définition de f .

Affirmation	VRAI	FAUX
A. L'ensemble de définition est $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \{0\}$.		✓
B. On a $f'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$		✓
C. Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.		✓
D. La fonction f possède deux extremums.	✓	

Corrigé

- A. **FAUX** – $1+x^2 > 0$ pour tout réel : $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.
- B. **FAUX** – $f'(x) = \frac{(1+x^2)-x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$: le dénominateur est élevé au carré, ce qui n'est pas le cas dans l'affirmation.
- C. **FAUX** – $f(-x) = -f(x)$: f est impaire, la courbe est symétrique par rapport à l'origine, pas à l'axe des ordonnées.
- D. **VRAI** – $f'(x)$ s'annule en changeant de signe en $x = -1$ (minimum $-1/2$) et $x = 1$ (maximum $1/2$) : deux extremums.