

Raisonnement mathématique

Question 6

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = x + \ln(-2x + 2).$$

On désigne par $\mathcal{D}_f$ l'ensemble de définition de f .

Affirmation	VRAI	FAUX
A. f est définie sur $]1; +\infty[$		✓
B. $f'(x) = \frac{x}{x-1}$	✓	
C. f est concave sur $\mathcal{D}_f$	✓	
D. f admet un maximum en 0.	✓	

Corrigé

- A. **FAUX** – f est définie lorsque $-2x + 2 > 0$, soit $x < 1 : \mathcal{D}_f =]-\infty; 1[$, pas $]1; +\infty[$.
- B. **VRAI** – $f'(x) = 1 + \frac{-2}{-2x+2} = 1 - \frac{1}{1-x} = \frac{-x}{1-x} = \frac{x}{x-1}$.
- C. **VRAI** – $f'(x) = 1 - (1-x)^{-1}$ donne $f''(x) = -(1-x)^{-2} < 0$ sur $\mathcal{D}_f : f$ est concave.
- D. **VRAI** – Sur $] -\infty; 1[$, $x - 1 < 0$ donc $f'(x)$ a le signe de $-x$: positif avant 0, négatif après. f admet un maximum en 0 ($f(0) = \ln 2$).