

Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

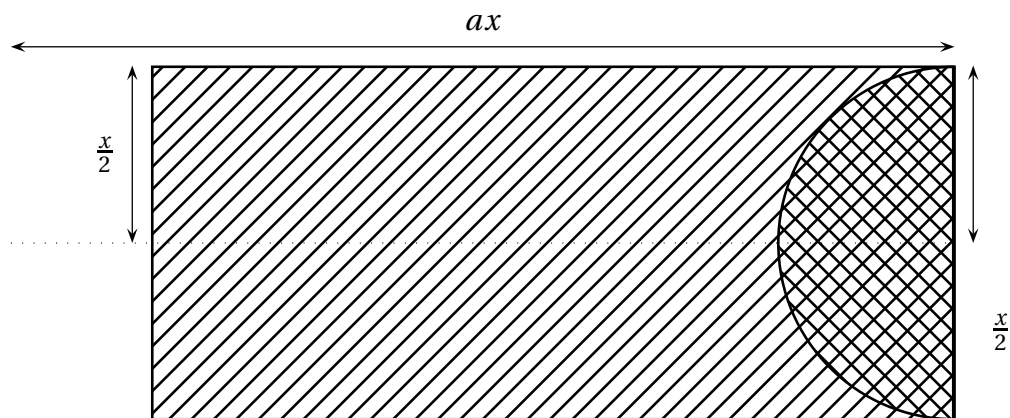
M. Dupont est propriétaire d'une exploitation agricole. Il possède un champ représenté dans le schéma ci-dessous par la zone hachurée. On appelle P_1 cette partie.

La partie quadrillée notée P_2 , qui représente un demi-disque de rayon $\frac{x}{2}$, appartient à son voisin M. Michel.

Soient $x > 0$ et $a > 1$.

Notons que toutes les mesures sont exprimées en mètres.

Par souci de simplicité, on suppose que $\pi \approx 3,14$.



Question 14

M. Dupont pense finalement planter uniquement des plants de tournesols et produire de l'huile par la suite.

Soit y la quantité d'huile (en litre par m^2) qu'on peut produire.

Le coût de production (par m^2) est défini par la fonction suivante :

$$C(y) = 0,25y^2 + y + 5,25.$$

Le prix de vente d'un litre d'huile est égal à p €.

Rappelons que le bénéfice est défini comme étant la différence entre le prix de vente et le coût de production.

Pour cette question, on suppose que $a = 1,4$, $x = 100$ et on considère toujours que $\frac{\pi}{4} \approx 0,8$.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Si $p = 0,85$, alors le prix total de vente est inférieur à $8\,000y$.		✓
B. Si $p = 3,50$, alors le bénéfice (par m^2) est nul pour y égal à 3 et y égal à 6 litres.		✓
C. Si $p = 3,50$, alors le bénéfice (par m^2) atteint son maximum pour y égal à 5 litres.	✓	
D. Si $p = 3,50$ et $y = 4$, alors le bénéfice total est égal à $5\,000$ €.		✓

Corrigé

- **A. FAUX** – Parcelle de $x^2 = 10\,000 \text{ m}^2$ ($a = 1,4$, $\pi/8 \approx 0,4$). Prix total de vente : $0,85 \times 10\,000 \times y = 8500y$, qui n'est pas inférieur à $8000y$.
- **B. FAUX** – Bénéfice par m^2 : $B(y) = 3,5y - (0,25y^2 + y + 5,25) = -0,25y^2 + 2,5y - 5,25$, nul pour $y^2 - 10y + 21 = 0$, soit $y = 3$ ou $y = 7$ (pas 6).
- **C. VRAI** – Parabole de sommet en $y = \frac{-2,5}{2 \times (-0,25)} = 5$: le bénéfice par m^2 est maximal pour $y = 5 \text{ L}$.
- **D. FAUX** – Pour $y = 4$: $B(4) = -4 + 10 - 5,25 = 0,75 \text{ € par m}^2$, soit $0,75 \times 10\,000 = 7500 \text{ € au total}$, pas 5000 € .