

Raisonnement mathématique

Question 8

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{8}{x(x^2 - 4)}.$$

Soit $\mathcal{D}_f$ l'ensemble de définition de la fonction f et $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$ privé de $\{0; 2\}$.		✓
B. Pour tout x de $\mathcal{D}_f$, $f(-x) = -f(x)$.	✓	
C. $\mathcal{C}_f$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées		✓
D. Pour tout x de $\mathcal{D}_f$, $f(x) = -\frac{2}{x} + 1 + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}$.		✓

Corrigé

- **A. FAUX** – $x(x^2 - 4) = x(x - 2)(x + 2)$ s'annule en $-2, 0$ et 2 : $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$, l'affirmation oublie -2 .
- **B. VRAI** – $f(-x) = \frac{8}{-x(x^2 - 4)} = -f(x)$: f est impaire.
- **C. FAUX** – f étant impaire, sa courbe est symétrique par rapport à l'origine, pas par rapport à l'axe des ordonnées ($f(3) = 8/15 \neq f(-3) = -8/15$).
- **D. FAUX** – La décomposition en éléments simples est $f(x) = -\frac{2}{x} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}$, sans le terme $+1$ (vérification en $x = 3$: $f(3) = 8/15$ alors que l'expression proposée vaut $23/15$).