

Raisonnement mathématique

Question 7

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{2x} - e^x - 2.$$

Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Pour tout x réel, la dérivée de f est $f'(x) = e^x (2e^x - 1)$.	✓	
B. La fonction f est décroissante sur $] -\infty; \ln(0,5)[$.	✓	
C. L'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution réelle.		✓
D. La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0, est parallèle à l'axe des abscisses.		✓

Corrigé

- A. **VRAI** – $f'(x) = 2e^{2x} - e^x = e^x(2e^x - 1)$.
- B. **VRAI** – $f'(x) < 0 \iff e^x < 1/2 \iff x < \ln(0,5)$: f est décroissante sur $] -\infty; \ln 0,5[$.
- C. **FAUX** – Avec $X = e^x$, $X^2 - X - 2 = 0$ donne $X = 2$ (ou $X = -1$ exclu) : $x = \ln 2$ est solution, l'équation admet donc une solution réelle.
- D. **FAUX** – $f'(0) = 2 - 1 = 1 \neq 0$: la tangente en 0 n'est pas horizontale.