

Raisonnement mathématique

Question 6

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{4e^x}{e^x + 1}.$$

Soit $\mathcal{D}_f$ l'ensemble de définition de la fonction f et $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$.	✓	
B. Pour tout x de $\mathcal{D}_f$, $f(x) = \frac{4}{e^{-x} + 1}$.	✓	
C. Pour tout x de $\mathcal{D}_f$, la dérivée de f est $f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$.	✓	
D. La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 admet pour équation réduite $y = x + 2$.	✓	

Corrigé

- A. **VRAI** – $e^x + 1 > 0$ pour tout réel x , donc f est définie sur $\mathbb{R}$.
- B. **VRAI** – En divisant numérateur et dénominateur par e^x : $f(x) = \frac{4}{1 + e^{-x}}$.
- C. **VRAI** – $f'(x) = \frac{4e^x(e^x + 1) - 4e^x \cdot e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$.
- D. **VRAI** – $f(0) = 4/2 = 2$ et $f'(0) = 4/4 = 1$: la tangente en 0 est $y = x + 2$.