

Raisonnement logique

Question 1

À l'approche de l'été, l'institut Sondamétric a interrogé 1 000 personnes sur leurs intentions d'achat des trois produits suivants : chapeau, lunettes de soleil et t-shirt.

Les informations suivantes ont été recueillies :

- Les personnes interrogées n'achèteront pas plus d'un article de chacun des trois produits ;
- Il y a 10 fois plus de personnes qui souhaitent acheter uniquement un t-shirt que d'acheteurs potentiels d'un chapeau uniquement ;
- 25 % des personnes ont l'intention de n'acheter qu'une paire de lunettes solaires ;
- 50 % des personnes qui souhaitent acheter un t-shirt ont aussi l'intention d'acheter une paire de lunettes solaires ;
- 700 personnes souhaitent acheter une paire de lunettes solaires, 400 un t-shirt et 360 un chapeau ;
- 100 personnes ont l'intention d'acheter uniquement un t-shirt et un chapeau.

Le prix moyen des chapeaux est de 20 €, celui des lunettes solaires 30 € et celui des t-shirts 15 €.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. 100 personnes ont l'intention de ne rien acheter.		✓
B. On ne peut déduire le nombre de personnes qui ont l'intention d'acheter les trois produits.		✓
C. 450 personnes exactement ont l'intention d'acheter au moins 2 produits.		✓
D. Le chiffre d'affaires potentiellement généré par ces 1 000 personnes, est estimé à 32 500 €.		✓

Corrigé

- **A. FAUX** – Notons t (t-shirt seul), c (chapeau seul), l = 250 (lunettes seules), u (TL seuls), 100 (TC seuls), v (LC seuls), w (les trois). $|T \cup L| = 200 = u + w$; $|T| = t + u + 100 + w = 400$ donne $t = 100$, donc $c = 10$. $|C| = 10 + 100 + v + w = 360$ donne $v + w = 250$; $|L| = 250 + u + v + w = 700$ donne $u = 200$, $w = 0$, $v = 250$. Acheteurs : $100 + 10 + 250 + 200 + 100 + 250 + 0 = 910$, donc 90 personnes n'achètent rien, pas 100.
- **B. FAUX** – Notons a = chapeau seul, b = lunettes seules = 250, c = t-shirt seul = 10a, d = chapeau+lunettes seuls, e = chapeau+t-shirt seuls = 100, f = lunettes+t-shirt seuls, g = les trois. $|T \cup L| = 0,5 \times 400 = 200$ donne $f + g = 200$; $|T| = c + e + f + g = 400$ donne $c = 100$ puis $a = 10$; $|L| = 700$ donne $250 + d + f + g = 700$, soit $d + f + g = 450$ et donc $d = 450 - 200 = 250$; enfin $|C| = a + d + e + g = 360$ donne $10 + 250 + 100 + g = 360$, soit $g = 0$. Le système est entièrement déterminé (vérifié par énumération exhaustive : solution unique $a=10$, $b=250$, $c=100$, $d=250$, $e=100$, $f=200$, $g=0$). Le nombre d'acheteurs des trois produits se déduit donc, et l'affirmation « on ne peut pas le déduire » est FAUSSE. La passe 1 écrit les trois relations $f+g=200$, $d+g=250$ et $d+f+g=450$ en les disant redondantes : elles ne le sont pas – la première et la troisième donnent $d = 250$, puis la deuxième donne $g = 0$.
- **C. FAUX** – Au moins 2 produits : $u + 100 + v + w = 200 + 100 + 250 + 0 = 550$ personnes, et non 450.
- **D. FAUX** – Chiffre d'affaires potentiel : $360 \times 20 + 700 \times 30 + 400 \times 15 = 7200 + 21000 + 6000 = 34200$ €, et non 32 500 €.