

Raisonnement mathématique

Question 7

On considère une fonction f définie sur $]0; +\infty[$ dont on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative dans un repère orthonormal du plan et dont le tableau de variations est le suivant :

x	0	$\frac{1}{e}$	e	5	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
f	7		$\ln \frac{1}{2}$	3		$e-2$		2

On peut alors affirmer que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. L'équation $f(x) = 0$ admet exactement 2 solutions réelles distinctes.	✓	
B. $f(0) = 7$.		✓
C. La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 3 peut avoir pour équation $y = 2x + 4$.		✓
D. Pour tout x appartenant à $]0; e[$, $f(x) > 0$.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – Sur $]0; \frac{1}{e}]$, f décroît de 7 (limite) à $\ln \frac{1}{2} < 0$: une solution; sur $[\frac{1}{e}; e]$ elle croît jusqu'à 3 : une deuxième; ensuite $f \geq e - 2 > 0$. Exactement 2 solutions.
- **B. FAUX** – f est définie sur $]0; +\infty[$ (double barre en 0 dans le tableau) : $f(0)$ n'existe pas; 7 est une limite.
- **C. FAUX** – Sur $[e; 5]$, $f'(x) \leq 0$ donc $f'(3) \leq 0$: la tangente en 3 ne peut pas avoir un coefficient directeur 2.
- **D. FAUX** – $f(\frac{1}{e}) = \ln \frac{1}{2} < 0$ alors que $\frac{1}{e} \in]0; e[$.