

Raisonnement mathématique

Question 8

On considère la suite (u_n) définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ et par $u_0 = e$.

On considère la suite (v_n) définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par $v_n = \ln(u_n)$.

Pour tout n de $\mathbb{N}$, on note $S = v_0 + \dots + v_n$ et $P = u_0 \times \dots \times u_n$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. (v_n) est une suite géométrique de raison 0,5	✓	
B. Pour tout n de $\mathbb{N}$, $S = 2 - 0,5^n$	✓	
C. Pour tout n de $\mathbb{N}$, $P = e^5$.		✓
D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} P = +\infty$.		✓

Corrigé

- A. **VRAI** – $v_{n+1} = \ln \sqrt{u_n} = \frac{1}{2} \ln u_n = \frac{1}{2} v_n$, $v_0 = 1$: géométrique de raison 0,5.
- B. **VRAI** – $S = \frac{1-0,5^{n+1}}{1-0,5} = 2 - 0,5^{n+1}$.
- C. **FAUX** – $P = e^{v_0 + \dots + v_n} = e^S = e^{2-0,5^{n+1}}$, qui dépend de n et n'est jamais e^5 .
- D. **FAUX** – $S \rightarrow 2$ donc $P \rightarrow e^2$, limite finie.