

Raisonnement mathématique

Question 7

On considère la fonction f définie pour tout x de $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2 \ln(x) - 1}{x}.$$

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O; I, J)$. On note C la courbe représentative de f .

Affirmation	VRAI	FAUX
A. le point d'intersection entre C et l'axe des abscisses a pour abscisse α un réel compris entre 1 et 2.	✓	
B. f admet un maximum global qu'il vaut $2e^{-\frac{3}{2}}$.	✓	
C. La primitive de f qui s'annule pour $x = 1$ est la fonction F définie pour tout x de $]0; +\infty[$ par $F(x) = (\ln(x))^2 - \ln(x).$	✓	
D. (OJ) est l'unique asymptote verticale de C .	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – $f(x) = 0 \iff \ln x = \frac{1}{2} \iff x = \sqrt{e} \approx 1,65 \in [1; 2]$.
- **B. VRAI** – $f'(x) = \frac{3-2\ln x}{x^2}$, positive puis négative, nulle en $x = e^{3/2}$; $f(e^{3/2}) = \frac{2}{e^{3/2}} = 2e^{-3/2}$, maximum global.
- **C. VRAI** – $F'(x) = \frac{2\ln x}{x} - \frac{1}{x} = f(x)$ et $F(1) = 0$.
- **D. VRAI** – $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$: l'axe (OJ) est asymptote verticale; f est continue sur $]0; +\infty[$, donc c'est la seule.