

Raisonnement mathématique

Question 6

On considère la fonction f définie pour tout x de $] -\infty ; 2]$ par :

$$f(x) = \frac{3}{2}e^{2x} - e^x - 2x - 4.$$

Affirmation	VRAI	FAUX
A. L'image du réel $-\ln 2$ par la fonction f est le réel $2\ln 2 - \frac{30}{8}$.		✓
B. Pour tout x de $] -\infty ; 2]$, $f'(x) = (3e^x + 2)(e^x - 1)$.	✓	
C. Si a et b sont deux réels négatifs tels que $a < b$, alors $f(a) > f(b)$.	✓	
D. En posant $X = e^x$, on arrive à montrer que dans un repère du plan, la courbe représentative de la fonction f admet deux tangentes qui ont une pente égale à 2.		✓

Corrigé

- **A. FAUX** – $f(-\ln 2) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 2\ln 2 - 4 = 2\ln 2 - \frac{33}{8}$, et non $-\frac{30}{8}$.
- **B. VRAI** – $f'(x) = 3e^{2x} - e^x - 2$ et $(3e^x + 2)(e^x - 1) = 3e^{2x} - e^x - 2$: identique.
- **C. VRAI** – Pour $x < 0$, $e^x - 1 < 0$ et $3e^x + 2 > 0$, donc $f' < 0$: f strictement décroissante sur $] -\infty ; 0]$, donc $a < b \leq 0 \Rightarrow f(a) > f(b)$.
- **D. FAUX** – $f'(x) = 2 \iff 3X^2 - X - 4 = 0 \iff (3X - 4)(X + 1) = 0$; seule $X = 4/3 > 0$ convient, soit $x = \ln(4/3) \leq 2$: une seule tangente de pente 2.