

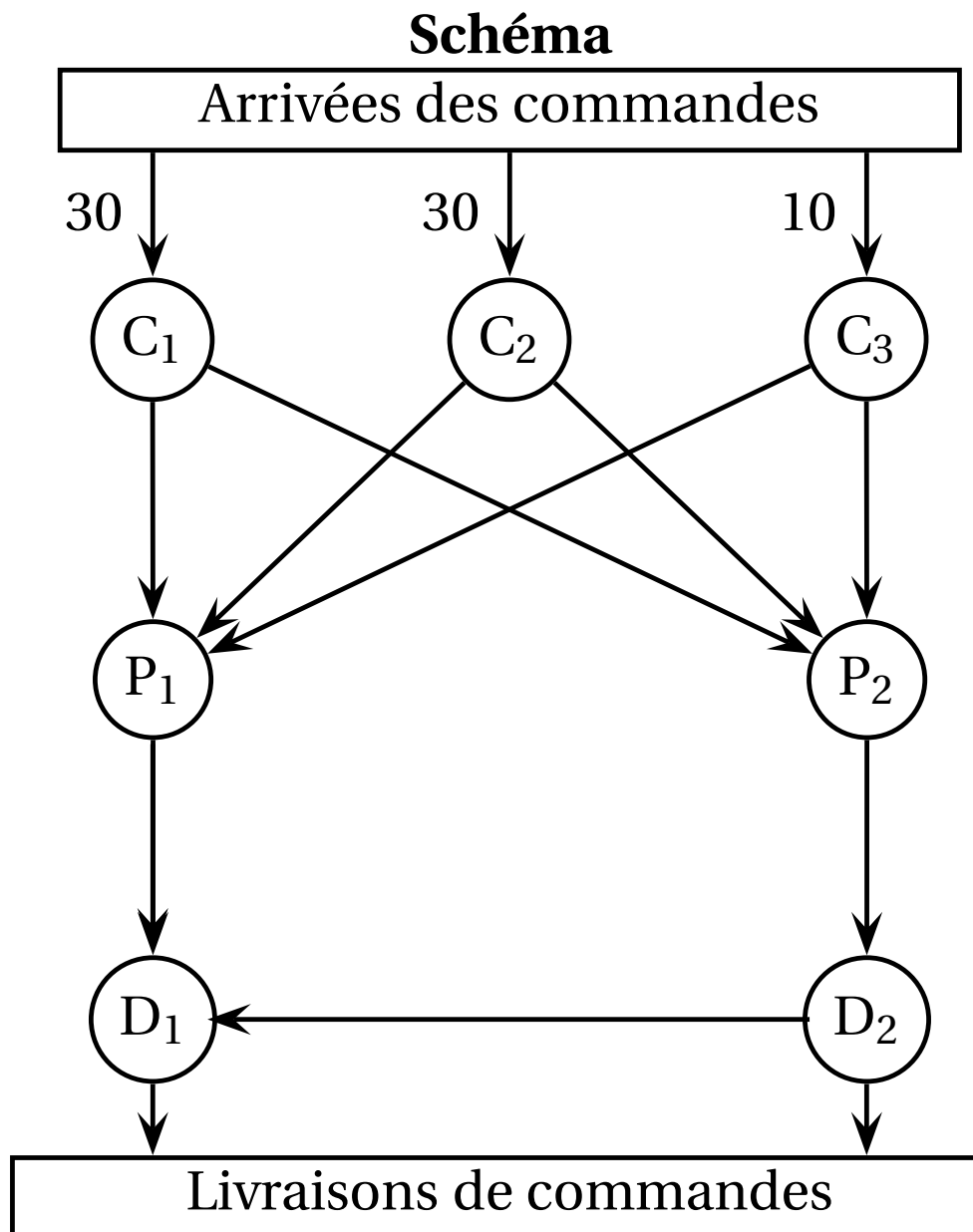
problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

Une société de vente par correspondance gère un réseau commercial et logistique composé de trois centres de commandes (C_1 , C_2 , C_3), de deux centres de préparation de commandes (P_1 , P_2), et de deux centres de distribution D_1 , D_2 .

Pour répondre à la demande de fin d'année, la direction générale désire évaluer la capacité mensuelle du réseau, c'est-à-dire le nombre maximum de commandes pouvant être prises, préparées et livrées en un mois. Le réseau (voir **schéma**) possède les caractéristiques suivantes exprimées en milliers de commandes par mois :

- les capacités maximales de prise de commandes des centres C_1 , C_2 et C_3 sont respectivement de 30, 30 et 10. Toutes les commandes arrivées aux centres C_1 , C_2 et C_3 doivent être traitées.
- les capacités maximales de préparation des centres P_1 et P_2 sont respectivement de 10 et 60.
Toutes les commandes arrivées aux centres P_1 et P_2 doivent être préparées.
- Les capacités de distribution pour les centres D_1 et D_2 sont respectivement de 30 et 50.
Toutes les commandes arrivées aux centres D_1 et D_2 doivent être distribuées.
- Chaque centre de prise de commandes (C_1 , C_2 , C_3) peut alimenter les deux centres de préparation (P_1 et P_2) mais les capacités des liaisons informatiques limitent à un maximum de 20 000 commandes par mois le flux entre un centre de commande (C_1 , C_2 , C_3) et un centre de préparation de commandes (P_1 ou P_2).
- Le centre P_1 alimente uniquement le centre D_1 et le centre P_2 alimente uniquement le centre D_2 .
- Le centre D_2 a la possibilité de transférer une partie de son activité sur le centre D_1 ; ce transfert ne peut pas dépasser 20 000 commandes par mois et ne réduit pas la capacité maximale de distribution du centre D_2 .



Question 17

Les capacités de préparation des centres P_1 et P_2 ne sont plus limitées comme indiqué initialement.

On note respectivement x et y les capacités journalières de préparation pour P_1 et P_2 . Dans chaque centre de préparation P_1 et P_2 , il y a 3 équipes de personnes qui y travaillent : une équipe du matin, une équipe de l'après-midi, et une équipe de nuit.

On sait que chaque commande préparée par le centre P_1 nécessite 2 heures de travail le matin, 2 heures l'après-midi et 4 heures de travail la nuit.

Chaque commande préparée par le centre P_2 nécessite 2 heures de travail le matin, 3 heures l'après-midi et 1 heure de travail la nuit.

La direction limite le travail journalier global à un maximum de 6 000 heures le matin, 8 000 heures

l'après-midi et 6 000 heures la nuit. L'objectif est de préparer le maximum de commandes.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $2x + 3y \leq 8\,000$	✓	
B. Avec les conditions de travail fixées par la direction, le centre P_1 ne peut pas préparer plus de 1 500 commandes en 24 heures.	✓	
C. Avec les conditions de travail fixées par la direction, les centres P_1 et P_2 peuvent préparer respectivement 1 500 et 1 000 commandes en 24 heures.		✓
D. La capacité optimale de préparation journalière totale des 2 centres P_1 et P_2 est égale à 3 000 commandes.	✓	

Corrigé

- A. **VRAI** – Après-midi : $2x + 3y \leq 8\,000$.
- B. **VRAI** – Nuit : $4x + y \leq 6\,000$ impose $x \leq 1\,500$ même avec $y = 0$.
- C. **FAUX** – $x = 1\,500, y = 1\,000$: nuit $4 \times 1\,500 + 1\,000 = 7\,000 > 6\,000$, contrainte violée.
- D. **VRAI** – Maximiser $x+y$ sous $x+y \leq 3\,000, 2x+3y \leq 8\,000, 4x+y \leq 6\,000$: le sommet $(1\,000; 2\,000)$ satisfait les trois contraintes $(6\,000, 8\,000, 6\,000)$ et donne $x + y = 3\,000$, borne atteinte.