

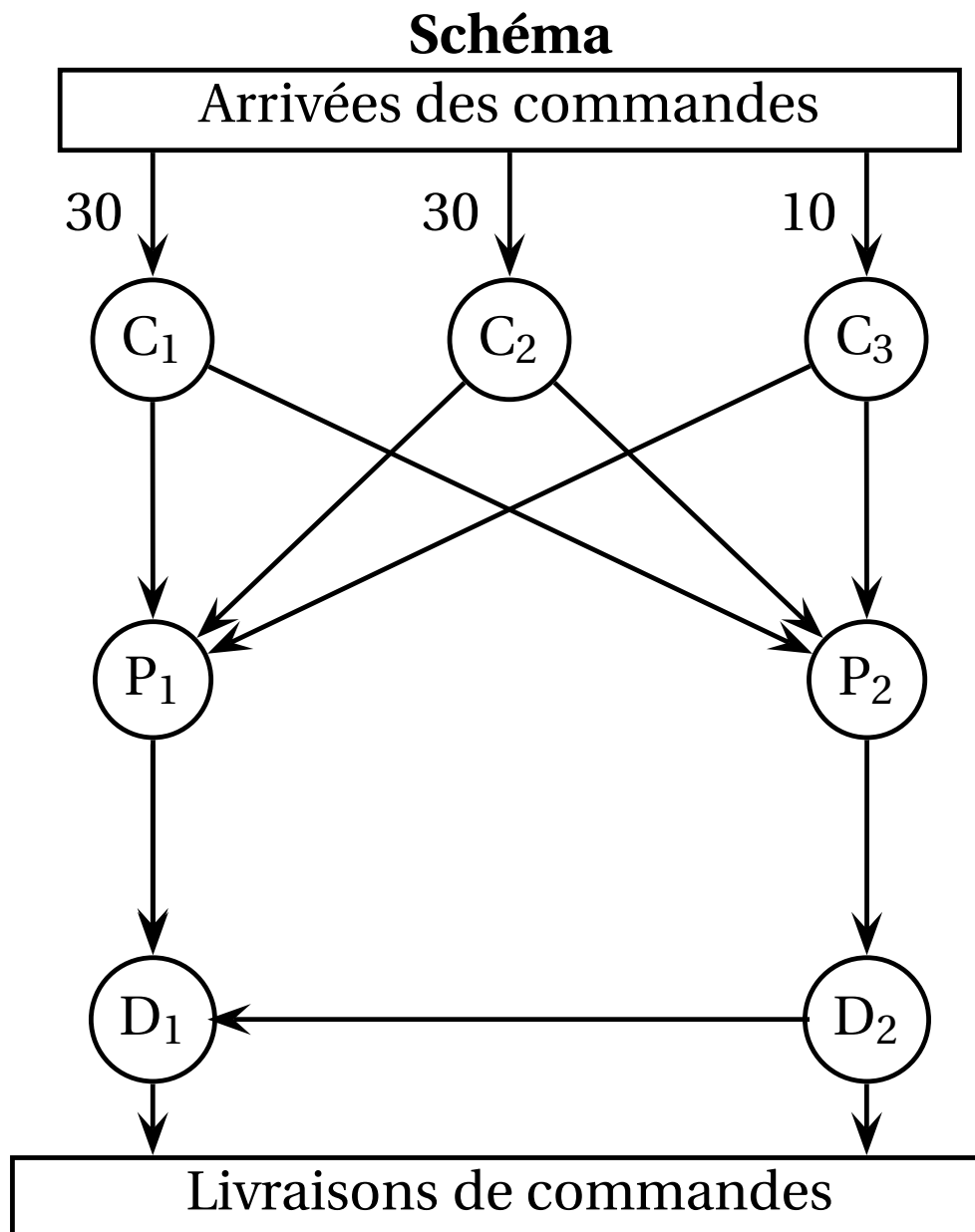
problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

Une société de vente par correspondance gère un réseau commercial et logistique composé de trois centres de commandes (C_1 , C_2 , C_3), de deux centres de préparation de commandes (P_1 , P_2), et de deux centres de distribution D_1 , D_2 .

Pour répondre à la demande de fin d'année, la direction générale désire évaluer la capacité mensuelle du réseau, c'est-à-dire le nombre maximum de commandes pouvant être prises, préparées et livrées en un mois. Le réseau (voir **schéma**) possède les caractéristiques suivantes exprimées en milliers de commandes par mois :

- les capacités maximales de prise de commandes des centres C_1 , C_2 et C_3 sont respectivement de 30, 30 et 10. Toutes les commandes arrivées aux centres C_1 , C_2 et C_3 doivent être traitées.
- les capacités maximales de préparation des centres P_1 et P_2 sont respectivement de 10 et 60.
Toutes les commandes arrivées aux centres P_1 et P_2 doivent être préparées.
- Les capacités de distribution pour les centres D_1 et D_2 sont respectivement de 30 et 50.
Toutes les commandes arrivées aux centres D_1 et D_2 doivent être distribuées.
- Chaque centre de prise de commandes (C_1 , C_2 , C_3) peut alimenter les deux centres de préparation (P_1 et P_2) mais les capacités des liaisons informatiques limitent à un maximum de 20 000 commandes par mois le flux entre un centre de commande (C_1 , C_2 , C_3) et un centre de préparation de commandes (P_1 ou P_2).
- Le centre P_1 alimente uniquement le centre D_1 et le centre P_2 alimente uniquement le centre D_2 .
- Le centre D_2 a la possibilité de transférer une partie de son activité sur le centre D_1 ; ce transfert ne peut pas dépasser 20 000 commandes par mois et ne réduit pas la capacité maximale de distribution du centre D_2 .



Question 15

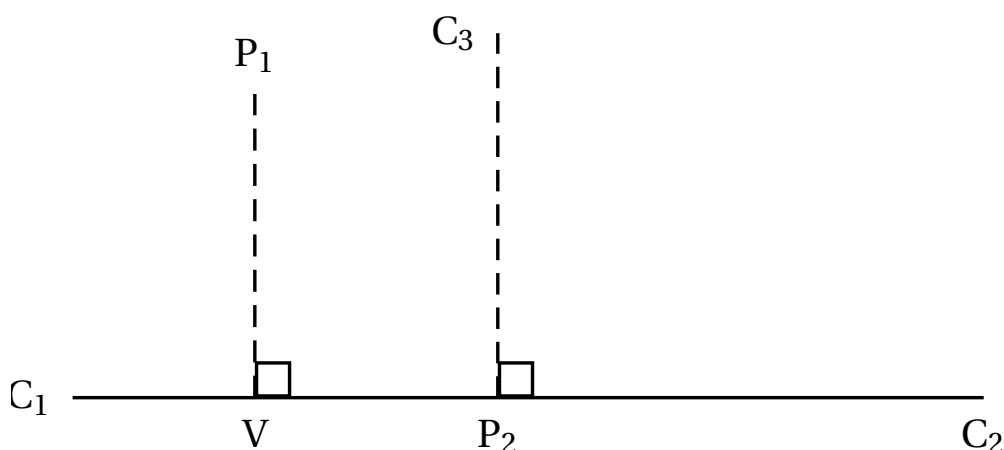
Le siège de la société se trouve dans la ville V. Les centres C_1 , C_2 , C_3 , P_1 et P_2 se situent dans des villes différentes dont la configuration géographique est la suivante (voir figure).

Toutes les distances s'expriment en km.

C_1 , C_2 , C_3 , P_1 se trouvent à la même distance r de P_2 .

C_1 , C_2 , P_2 et la ville V sont alignés.

La ville V se situe à une distance x de P_1 et à une distance de 5 km de C_1 .



À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $x^2 - 10r + 25 = 0$.	✓	
B. Pour aller de P_1 à C_3 il faut parcourir au moins la distance $\sqrt{2r^2 + x^2 - 2xr + 10r + 25}$.		✓
C. La distance minimale entre P_1 et C_2 est égale à $\sqrt{4r^2 + x^2 - 25}$.		✓
D. Pour aller de la ville V à C_2 en passant par C_3 on parcourt au moins la distance $r\sqrt{2} + \sqrt{2r^2 - 10r + 25}$.	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – $VP_2 = r - 5$ et le triangle P_1VP_2 est rectangle en V : $x^2 + (r - 5)^2 = r^2$, soit $x^2 - 10r + 25 = 0$.
- **B. FAUX** – Dans un repère d'origine P_2 : $P_1(5 - r; x)$, $C_3(0; r)$. $P_1C_3^2 = (r - 5)^2 + (x - r)^2 = 2r^2 + x^2 - 2xr - 10r + 25$: le terme est $-10r$, pas $+10r$.
- **C. FAUX** – $C_2(r; 0)$: $P_1C_2^2 = (2r - 5)^2 + x^2 = 4r^2 - 20r + 25 + x^2$. Avec $x^2 = 10r - 25$ cela vaut $4r^2 - 10r$, alors que $4r^2 + x^2 - 25 = 4r^2 + 10r - 50$: différents.
- **D. VRAI** – $VC_3^2 = (r - 5)^2 + r^2 = 2r^2 - 10r + 25$ et $C_3C_2 = r\sqrt{2}$ (triangle rectangle isocèle en P_2) : distance minimale $r\sqrt{2} + \sqrt{2r^2 - 10r + 25}$.