

raisonnement mathématique

Question 10

On considère la fonction f définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x + 1)^2 e^{-x}.$$

On considère la fonction g définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{-x}$.

On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leurs courbes représentatives respectives dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. La fonction f est croissante sur $[0; +\infty[$.		✓
B. $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ admettent comme unique point d'intersection le point J.		✓
C. La tangente à $\mathcal{C}_f$ en J et la tangente à $\mathcal{C}_g$ en J sont perpendiculaires.	✓	
D. L'ensemble solution de l'inéquation $1 > g(x)$ est $] -\infty; 0[$.		✓

Corrigé

- **A. FAUX** – $f'(x) = (x + 1)(1 - x)e^{-x}$ est négatif pour $x > 1$: f décroît sur $[1; +\infty[$, donc n'est pas croissante sur $[0; +\infty[$.
- **B. FAUX** – $f(x) = g(x) \iff (x + 1)^2 = 1 \iff x = 0$ ou $x = -2$: deux points d'intersection, J et $(-2; e^2)$.
- **C. VRAI** – $f'(0) = 1$ et $g'(0) = -1$; produit des coefficients directeurs égal à -1 dans un repère orthonormé : tangentes perpendiculaires.
- **D. FAUX** – $1 > e^{-x} \iff 0 > -x \iff x > 0$: l'ensemble solution est $]0; +\infty[$.