

## raisonnement mathématique

### Question 8

On considère la fonction  $f$  définie pour tout  $x$  de  $]0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = \frac{5 \ln x}{\sqrt{x}}.$$

On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$  du plan.

| Affirmation                                                                                  | VRAI | FAUX |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|
| A. Pour tout $x$ de $]0 ; +\infty[$ , $f'(x) = \frac{5[\ln(x) - 2]}{2x\sqrt{x}}$ .           |      | ✓    |
| B. L'équation $f(x) = -5$ est équivalente à l'équation $x = \frac{1}{(e^x)^{\frac{1}{2}}}$ . |      | ✓    |
| C. La tangente $T$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point $I$ a pour équation $y = 5x - 5$ .   | ✓    |      |
| D. $f$ admet un maximum sur $]0 ; +\infty[$ qui vaut 10.                                     |      | ✓    |

### Corrigé

- **A. FAUX** –  $f'(x) = 5 \frac{\frac{1}{x}\sqrt{x} - \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{5(2 - \ln x)}{2x\sqrt{x}}$  : le signe du numérateur est inversé dans l'affirmation.
- **B. FAUX** –  $f(x) = -5 \iff \ln x = -\sqrt{x} \iff x = e^{-\sqrt{x}}$ . L'équation proposée  $x = (e^x)^{-1/2} = e^{-x/2}$  équivaut à  $\ln x = -x/2$ , dont la solution ( $\approx 0,703$ ) diffère de celle de  $\ln x = -\sqrt{x}$  ( $\approx 0,495$ ). Pas équivalentes.
- **C. VRAI** –  $f(1) = 0$  et  $f'(1) = \frac{5 \times 2}{2} = 5$  : tangente  $y = 5(x - 1) = 5x - 5$ .
- **D. FAUX** –  $f'$  s'annule en changeant de signe en  $x = e^2$  ; le maximum vaut  $f(e^2) = \frac{10}{e} \approx 3,68$ , pas 10.