

Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres peuvent nécessiter les résultats obtenus dans les questions précédentes.

Une entreprise s'interroge sur les coûts de gestion liés à certains de ses produits et sur la possibilité de promouvoir et d'élargir cette gamme de produits. Pour cela, elle vous demande de réaliser différentes études.

Question 18

L'année suivante, l'entreprise souhaite placer ses capitaux disponibles à un taux d'intérêt annuel (noté i) sur n années. Si on appelle S_0 la somme placée à l'origine, la somme acquise à la fin du placement est notée S_n et vérifie :

$$S_n = S_0 \times (1 + i)^n.$$

Le montant des intérêts de ce placement est alors égal à $S_n - S_0$.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Si l'entreprise place la marge sur coût variable annuelle totale du produit P_3 (calculée à la question 17) pendant 2 ans à un taux d'intérêt de 2 %, le montant des intérêts sera égal à 14 544 €. Pour la suite de l'exercice, on suppose que l'entreprise n'achète pas la chaîne pour fabriquer le produit P_3 mais place le montant correspondant au prix d'achat de cette chaîne.	✓	
B. Si l'entreprise récupère 600 000 €, 5 ans plus tard, alors $i = \left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{1}{5}} - 1$.	✓	
C. Si elle place le montant à un taux d'intérêt de 2 % et si $S_n = 541\,216$ € alors $n = \frac{\ln(541\,216) - \ln(500\,000)}{\ln(1,02)}$	✓	
D. Si elle place le montant à un taux d'intérêt de 2 % les trois premières années puis à 4 % les trois années suivantes alors $S_n = 500\,000 \times (1,03)^6$.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – $360\,000 \times (1,02^2 - 1) = 360\,000 \times 0,0404 = 14\,544$ €.
- **B. VRAI** – $500\,000(1 + i)^5 = 600\,000 \iff (1 + i)^5 = \frac{6}{5} \iff i = \left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{1}{5}} - 1$.
- **C. VRAI** – $500\,000 \times 1,02^n = 541\,216 \iff n \ln(1,02) = \ln(541\,216) - \ln(500\,000)$, d'où la formule (qui donne $n = 4$).
- **D. FAUX** – $S_6 = 500\,000 \times 1,02^3 \times 1,04^3 \approx 596\,857$ €, alors que $500\,000 \times 1,03^6 \approx 597\,026$ € : les taux ne se moyennent pas arithmétiquement ($1,02 \times 1,04 = 1,0608 < 1,03^2 = 1,0609$).