

Raisonnement mathématique

Question 11

Soit f la fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - e^{-x} + 2$.

Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal (O, I, J) .

Soit $\Omega(0; 2)$ et Q le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse $\ln(2)$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point Q a pour coefficient directeur $\frac{7}{2}$.		✓
B. $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en deux points.		✓
C. $\mathcal{C}_f$ admet Ω comme unique point d'inflexion.	✓	
D. $\int_0^1 f(x) dx = \frac{e^2 - 1}{e}$.		✓

Corrigé

- A. **FAUX** – $f'(x) = e^x + e^{-x}$, donc $f'(\ln 2) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, pas $\frac{7}{2}$.
- B. **FAUX** – $f' > 0$: f est strictement croissante de $-\infty$ à $+\infty$, donc $f(x) = 0$ admet une unique solution ($e^x - e^{-x} = -2$) : un seul point d'intersection.
- C. **VRAI** – $f''(x) = e^x - e^{-x}$ s'annule uniquement en $x = 0$ en changeant de signe; $f(0) = 2$: $\Omega(0; 2)$ est l'unique point d'inflexion.
- D. **FAUX** – $\int_0^1 f(x) dx = [e^x + e^{-x} + 2x]_0^1 = e + e^{-1} + 2 - 2 = \frac{e^2 + 1}{e}$, et non $\frac{e^2 - 1}{e}$.