

Raisonnement mathématique

Question 7

Soit f la fonction définie pour tout x de D par $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+3}\right)$.

Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal (O, I, J) .

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $D =]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[$	✓	
B. $\mathcal{C}_f$ coupe la droite d'équation $y = 1$ en un seul point d'abscisse négative.	✓	
C. f est strictement croissante sur $]1; +\infty[$.	✓	
D. L'axe des abscisses est une asymptote à $\mathcal{C}_f$.	✓	

Corrigé

- A. **VRAI** – f est définie si $\frac{x-1}{x+3} > 0$, c'est-à-dire $x < -3$ ou $x > 1$.
- B. **VRAI** – $f(x) = 1 \iff \frac{x-1}{x+3} = e \iff x = \frac{3e+1}{1-e} \approx -5,33$, qui est bien dans D (inférieur à -3) : un seul point, d'abscisse négative.
- C. **VRAI** – $f'(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+3} = \frac{4}{(x-1)(x+3)} > 0$ sur $]1; +\infty[$.
- D. **VRAI** – Quand $x \rightarrow \pm\infty$, $\frac{x-1}{x+3} \rightarrow 1$ donc $f(x) \rightarrow 0$: la droite $y = 0$ est asymptote horizontale.