

Session du 2015 – 18 questions, 4 affirmations à qualifier VRAI ou FAUX par question. Calculatrice de la plateforme uniquement.

Raisonnement logique

Question 1

Sur les 800 salariés d'une entreprise :

- 300 sont des hommes
- 352 sont des cadres
- 424 sont mariés
- 188 sont des cadres de sexe masculin
- 166 sont des hommes mariés
- 208 sont des cadres mariés
- 144 sont des cadres mariés et de sexe masculin

À partir de ces informations, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Il y a 100 cadres de sexe féminin et mariées.		✓
B. 336 femmes ne sont pas cadres.	✓	
C. 652 salariés sont cadres ou de sexe masculin.		✓
D. Le nombre de femmes célibataires non cadres est égal à 142.	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – Cadres mariés : 208, dont 144 hommes ; les cadres mariées de sexe féminin sont donc $208 - 144 = 64$, et non 100.
- **B. VRAI** – Il y a $800 - 300 = 500$ femmes ; les femmes cadres sont $352 - 188 = 164$; donc $500 - 164 = 336$ femmes ne sont pas cadres.
- **C. FAUX** – Formule du crible : $|\text{cadres} \cup \text{hommes}| = 352 + 300 - 188 = 464$, et non 652. Le nombre 652 est précisément la somme brute $352 + 300$ dont on aurait oublié de retrancher les 188 cadres masculins comptés deux fois : c'est le piège de la question. L'affirmation est donc FAUSSE. Les deux passes calculent 464 ; la passe 2 a mal reporté sa clé (son texte dit « et non 652 » mais la lettre saisie était V).
- **D. VRAI** – Femmes : 500 ; femmes cadres 164, femmes mariées $424 - 166 = 258$, femmes cadres mariées 64. Femmes cadres ou mariées : $164 + 258 - 64 = 358$; femmes célibataires non cadres : $500 - 358 = 142$.

Question 2

Dans une entreprise, chaque homme a 2 fois plus de collègues de sexe féminin que de collègues de sexe masculin (un collègue étant une personne travaillant au sein de la même entreprise). 30 % des salariés de cette entreprise ont suivi une formation de secourisme. Un tiers des femmes et 8 hommes au total ont participé à cette formation.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Chaque femme de cette entreprise a 2 fois moins de collègues masculins que de collègues féminins.		✓
B. 30 % des hommes ont suivi la formation secourisme.		✓
C. Le nombre de salariés de sexe masculin est égal à 33.		✓
D. Moins de 30 personnes ont suivi la formation secourisme.		✓

Corrigé

- **A. FAUX** – Avec H hommes et F femmes, $F = 2(H - 1)$. 30 % des $3H - 2$ salariés formés = $F/3 + 8$ donne $0,3(3H - 2) = \frac{2H-2}{3} + 8$, soit $H = 34$, $F = 66$. Une femme a 34 collègues masculins et 65 féminins : $65/2 = 32,5 \neq 34$, l'affirmation est fausse.
- **B. FAUX** – 8 hommes formés sur 34 : $8/34 \approx 23,5\%$, pas 30 %.
- **C. FAUX** – Le nombre d'hommes est 34 (vérification : $66/3 + 8 = 30 = 30\%$ de 100), pas 33.
- **D. FAUX** – Exactement $22 + 8 = 30$ personnes ont suivi la formation, donc pas « moins de 30 ».

Question 3

Marie doit à Sophie un capital égal à S euros. Pour lui faciliter le remboursement, Sophie propose à Marie l'échéancier suivant :

- Le premier mois : Marie réglera 200 euros.
- Chaque mois suivant : Marie réglera une somme de a euros de plus que le mois précédent.

On notera n le mois correspondant au dernier remboursement et r_i le règlement du mois numéro i (i variant de 1 à n).

À partir de ces informations, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $r_n = r_1 + n \times a$		✓
B. Si $S = 10\,320$ et $n = 24$ alors $a = 10$		✓
C. Si $n = 12$ et $a = 20$ alors $S = 3\,720$	✓	
D. $S = \left[200 + (n - 1) \times \frac{a}{2} \right] \times n$	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – Suite arithmétique de raison a : $r_n = r_1 + (n - 1)a$, pas $r_1 + na$.
- **B. FAUX** – $S = n \left[200 + \frac{(n-1)a}{2} \right]$; avec $n = 24$, $S = 10\,320$: $200 + 11,5a = 430$ donc $a = 20$, pas 10.
- **C. VRAI** – $S = 12 \left[200 + \frac{11 \times 20}{2} \right] = 12 \times 310 = 3\,720$.
- **D. VRAI** – Somme des n premiers termes d'une suite arithmétique : $S = n \frac{r_1 + r_n}{2} = n \left[200 + (n - 1) \frac{a}{2} \right]$.

Question 4

Des témoins affirment avoir vu l'homme recherché par des enquêteurs policiers.

Leurs descriptions ne concordent pas, mais on sait que l'un d'entre eux s'est trompé sur toute la ligne, et que les autres ne se sont trompés que sur un seul point.

- Charly : « Il était grand, portait une chemise rouge et un short. »

- Danièle : « Il était blond, portait un T-shirt blanc et des jeans. »
- Elie : « Il était petit, brun et portait un T-shirt blanc. »
- Fabienne : « Il était petit, blond et portait des jeans. »

À partir de ces informations, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Charly s'est trompé 3 fois.		✓
B. L'homme recherché est grand et blond.	✓	
C. L'homme recherché porte une chemise rouge.	✓	
D. Elie s'est trompé 3 fois.	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – La seule configuration cohérente (vérifiée par énumération des 16 cas) est : grand, blond, chemise rouge, jeans. Charly ne s'est trompé que sur le short (1 erreur).
- **B. VRAI** – L'homme est grand (Charly, seul témoin non totalement faux sur la taille avec Fabienne qui se trompe là) et blond : vrai.
- **C. VRAI** – Il porte une chemise rouge ; Danièle et Elie se trompent sur le T-shirt blanc (Elie sur toute la ligne).
- **D. VRAI** – Elie (petit, brun, T-shirt blanc) est celui qui s'est trompé sur toute la ligne : 3 erreurs.

Question 5

Cinq coureurs, Aristide, Barnabé, Caligula, Dodu et Eustache, ont organisé une course.

Pour connaître leur ordre d'arrivée nous devons nous contenter des informations que les protagonistes veulent bien nous fournir.

Nous savons que chacun d'eux donne deux renseignements, un vrai et l'autre faux :

- « Dodu était deuxième, moi quatrième », lance Aristide.
- « Dodu a fini premier, je n'ai été que deuxième » se plaint Caligula.
- « Je suis arrivé brillant second et Dodu troisième. » affirme Eustache.
- « Ne les crois pas, j'ai fini dernier et Barnabé a gagné. », rectifie Dodu.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Dodu est deuxième.		✓
B. Aristide est premier.		✓
C. Barnabé est troisième.		✓
D. Eustache est cinquième.	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – Énumération des 120 classements : un seul rend chaque déclaration mi-vraie mi-fausse : Barnabé 1er, Caligula 2e, Dodu 3e, Aristide 4e, Eustache 5e. Dodu est troisième.
- **B. FAUX** – Aristide est quatrième (sa déclaration « moi quatrième » est la vraie, « Dodu deuxième » la fausse).
- **C. FAUX** – Barnabé est premier (« Barnabé a gagné » est la partie vraie de Dodu), pas troisième.
- **D. VRAI** – Eustache est cinquième : « je suis second » est faux, « Dodu troisième » est vrai.

Question 6

Une société protectrice des animaux répertorie les qualités des chiens présents sur son site.

- 130 chiens savent faire le beau et 80 savent rapporter.
- 55 savent faire le beau et rapporter; 10 d'entre eux ne sautent pas dans un cerceau.
- 100 ne savent pas faire le beau et 110 sautent dans un cerceau.
- Il y a deux fois plus de chiens à seulement savoir faire le beau qu'à savoir rapporter sans faire le beau.
- Il y a deux fois moins de chiens à ne savoir que rapporter que de chiens ne sachant rien faire.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Il y a 6 chiens qui ne savent pas faire le beau mais qui savent rapporter et sautent dans un cerceau.		✓
B. Il y a 25 chiens qui ne savent pas faire le beau mais savent rapporter.	✓	
C. Il y a 50 chiens qui ne savent ni rapporter ni sauter dans un cerceau mais savent faire le beau.	✓	
D. Il y a 45 chiens qui ne savent rien faire.		✓

Corrigé

- **A. FAUX** – Total $130 + 100 = 230$ chiens. Beau $\square$ Rapporter $\square$ Cerceau = 45. Rapportent sans faire le beau : $80 - 55 = 25$; « seulement faire le beau » (ni rapporter ni cerceau) = $2 \times 25 = 50$, donc beau-et-cerceau-sans-rapporter = 25. Avec $z =$ « ne savent que rapporter », rien = $2z$, cerceau seul = $75 - 2z$; $|S| = 45 + 25 + (25 - z) + (75 - 2z) = 110$ donne $z = 20$. Rapportent, sautent, sans faire le beau : $25 - 20 = 5$, pas 6.
- **B. VRAI** – Rapportent sans faire le beau : $80 - 55 = 25$.
- **C. VRAI** – Ne savent que faire le beau (ni rapporter ni cerceau) : $2 \times 25 = 50$.
- **D. FAUX** – Ne savent rien faire : $2z = 40$, pas 45.

RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

Question 7

Soit $f(x) = \frac{4x^3 + 6x^2 + 4x + 1}{(x + 1)^4}$ une fonction définie sur $I =]-1 ; +\infty[$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $f'(x) = -\frac{4x^2}{(x+1)^5}$		✓
B. f admet un point critique en $x = 0$, et c'est un maximum local.	✓	
C. f admet un point d'inflexion en $x = \frac{3}{2}$.	✓	
D. f est convexe pour tout $x \in \left]-1 ; \frac{3}{2}\right[$.		✓

Corrigé

- **A. FAUX** – Comme $4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = (x + 1)^4 - x^4$, $f(x) = 1 - \frac{x^4}{(x + 1)^4}$ et $f'(x) = -\frac{4x^3}{(x + 1)^5}$: exposant 3 au numérateur, pas 2.
- **B. VRAI** – $f'(0) = 0$; sur I , $f' > 0$ pour $x < 0$ et $f' < 0$ pour $x > 0$: maximum local en 0 ($f(0) = 1$).
- **C. VRAI** – $f''(x) = \frac{4x^2(2x - 3)}{(x + 1)^6}$ change de signe en $x = 3/2$ (pas en 0, facteur x^2) : point d'inflexion en $3/2$.
- **D. FAUX** – Sur $] -1; 3/2[$, $f'' \leq 0$: f est concave, pas convexe.

Question 8

Soit $f(x) = x(1 + x^2)^3$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. f est dérivable et continue sur $\mathbb{R}$.	✓	
B. $f'(x) = (1 + x^2)^2(1 + 7x^2)$.	✓	
C. Les fonctions F définies sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{1}{8}(1 + x^2)^4 + C$ avec $C \in \mathbb{R}$ sont les primitives de f sur $\mathbb{R}$.	✓	
D. $\int_0^1 f(x) dx = \frac{31}{8}$.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – f est une fonction polynôme, donc continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.
- **B. VRAI** – $f'(x) = (1 + x^2)^3 + x \cdot 3(1 + x^2)^2 \cdot 2x = (1 + x^2)^2(1 + x^2 + 6x^2) = (1 + x^2)^2(1 + 7x^2)$.
- **C. VRAI** – $\left[\frac{1}{8}(1 + x^2)^4\right]' = \frac{1}{8} \cdot 4(1 + x^2)^3 \cdot 2x = x(1 + x^2)^3 = f(x)$; sur $\mathbb{R}$ (intervalle), les primitives diffèrent d'une constante.
- **D. FAUX** – $\int_0^1 f = \left[\frac{1}{8}(1 + x^2)^4\right]_0^1 = \frac{16 - 1}{8} = \frac{15}{8}$, pas $31/8$.

Question 9

Une entreprise fabrique des clés USB avec un maximum de 10 000 par mois. Le coût de fabrication C (en milliers d'euros) de x milliers de clés produites s'exprime par

$$C(x) = 0,05x^3 - 1,05x^2 + 8x + 4.$$

Affirmation	VRAI	FAUX
A. La fonction de coût $C(x)$ est croissante sur $[0; 10\,000]$.	✓	
B. la fonction possède un point d'inflexion en $x = 7$, car elle change de concavité en ce point.	✓	
C. Après le point d'inflexion, la fonction est convexe, la croissance du coût de fabrication C s'accélère.	✓	
D. Avant le point d'inflexion, la fonction est concave, la croissance du coût ralentit. Ainsi, à partir de 7 000 clés produites, la croissance du coût de fabrication s'accélère.	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – $C'(x) = 0,15x^2 - 2,1x + 8$, discriminant $4,41 - 4,8 < 0$, donc $C' > 0$ partout : C est croissante sur tout son domaine.
- **B. VRAI** – $C''(x) = 0,3x - 2,1$ s'annule en changeant de signe en $x = 7$: point d'inflexion (changement de concavité).
- **C. VRAI** – Pour $x > 7$, $C'' > 0$: convexe, C' croît, la croissance du coût s'accélère.
- **D. VRAI** – Pour $x < 7$, $C'' < 0$: concave, C' décroît, la croissance ralentit; $x = 7$ milliers = 7 000 clés.

Question 10

Soit $f(x) = \ln x$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Au point d'abscisse e , l'équation de la tangente est $y = e^{-1}x$.	✓	
B. Pour tout $x > 0$, la courbe C_f représentative de f est située au-dessous de chacune de ses tangentes.	✓	
C. La fonction $\ln x$ est la réciproque de la fonction exponentielle. Leurs courbes sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.	✓	
D. $f''(x) = \frac{1}{x^2}$.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – $f'(e) = 1/e$, $f(e) = 1$: tangente $y = \frac{1}{e}(x - e) + 1 = e^{-1}x$.
- **B. VRAI** – $f''(x) = -1/x^2 < 0$: $\ln$ est concave sur $]0; +\infty[$, donc sous chacune de ses tangentes.
- **C. VRAI** – $\ln$ est la bijection réciproque de $\exp$; les courbes de deux fonctions réciproques sont symétriques par rapport à la droite $y = x$.
- **D. FAUX** – $f'(x) = 1/x$ donc $f''(x) = -1/x^2$: le signe est faux.

Question 11

Soit $g(x) = \ln(x+1) + \frac{x}{x+1}$ et $f(x) = (1+x)^x$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $f'(x) = x(1+x)^{x-1}$		✓
B. $D_f =]-1; +\infty[$	✓	
C. $f'(x) = g(x)f(x)$	✓	
D. f' est strictement croissante sur $] -1; +\infty[$.	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – L'exposant dépend de x : on ne peut pas dériver comme une puissance fixe. $f(x) = e^{x \ln(1+x)}$ donne $f'(x) = \left[\ln(1+x) + \frac{x}{1+x} \right] (1+x)^x \neq x(1+x)^{x-1}$.
- **B. VRAI** – $(1+x)^x = e^{x \ln(1+x)}$ est défini si et seulement si $1+x > 0$, soit $D_f =]-1; +\infty[$.
- **C. VRAI** – $f'(x) = \left[\ln(1+x) + \frac{x}{1+x} \right] f(x) = g(x)f(x)$.
- **D. VRAI** – $f'' = (g' + g^2)f$ avec $g'(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} > 0$ et $f > 0$, donc $f'' > 0$ sur $] -1; +\infty[$: f' est strictement croissante.

Question 12

Une usine fabrique en grande quantité, un appareil qui peut être défectueux selon deux défauts A et B. Dans un lot de 10 000 appareils prélevés, on a constaté que 500 appareils présentaient le défaut A (et peut-être aussi le défaut B), 400 appareils présentaient le défaut B (et peut-être le défaut A), et 200 présentaient les défauts A et B simultanément.

Vous achetez un de ces appareils.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. La probabilité pour qu'il ne présente aucun défaut est égale à 0,07.		✓
B. L'évènement « l'appareil présente le défaut A ou le défaut B » a une probabilité égale à 0,07.	✓	
C. Si on a constaté que l'appareil présente déjà le défaut B, la probabilité qu'il présente aussi le défaut A est égale à 0,60.		✓
D. La probabilité pour qu'il présente le défaut A uniquement est égale à 0,03.	✓	

Corrigé

- A. **FAUX** – $P(A) = 0,05$, $P(B) = 0,04$, $P(A \cap B) = 0,02$; $P(A \cup B) = 0,07$ donc aucun défaut : $1 - 0,07 = 0,93$.
- B. **VRAI** – $P(A \cup B) = 0,05 + 0,04 - 0,02 = 0,07$.
- C. **FAUX** – $P(A | B) = \frac{0,02}{0,04} = 0,50$, pas 0,60.
- D. **VRAI** – $P(A \cap \overline{B}) = 0,05 - 0,02 = 0,03$.

PROBLÈME MATHÉMATIQUE

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes

Un commercial d'une société de services a un client dans chacune des 4 villes suivantes : L, M, N et O. Notre commercial habite et travaille dans la ville K, lieu du siège social de l'entreprise. Il rend régulièrement visite à ses différents clients.

On positionne sur une carte ces 5 villes. Pour se faire, nous connaissons les coordonnées de 4 villes dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. Dans ce repère, l'unité correspond à 100 km.

Villes	Coordonnées	Commentaires
K	(1; 5)	Ville de l'ouest
L	(6; 5)	Ville de l'est
M	(4; 8)	Ville du nord
N	(2; 2)	Ville du sud

La ville O est située à 500 km de la ville K et à 600 km de la ville M. La ville O est située au sud de M. Pour les questions 13 et 14, toutes les distances seront calculées à vol d'oiseau (distance la plus courte entre deux points).

Question 13

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. la distance entre les villes K et L est de 500 km.	✓	
B. la distance entre les villes K et M est inférieure à 400 km.		✓
C. La distance entre les villes L et M est supérieure à 350 km.	✓	
D. Si le commercial effectuait, à vol d'oiseau, le parcours KMLK, il effectuerait plus de 1 250 km.	✓	

Corrigé

- A. **VRAI** – $KL = \sqrt{(6-1)^2 + 0} = 5$ unités = 500 km.
- B. **FAUX** – $KM = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx 4,24$ soit 424 km, supérieur à 400 km.
- C. **VRAI** – $LM = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3,61$ soit 361 km > 350 km.
- D. **VRAI** – $KM + ML + LK \approx 424 + 361 + 500 = 1285$ km > 1250 km.

Question 14

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. L'aire du triangle KLM est égale à 75 000 km ² .	✓	
B. L'aire du quadrilatère KMLN est inférieure à 140 000 km ² .		✓
C. La ville O a pour coordonnées sur le plan : (5; 2).		✓
D. Si les coordonnées de la ville O sont (x ; y) alors $y = \frac{43}{6} - x$.	✓	

Corrigé

- A. **VRAI** – KL est horizontale (longueur 5), la hauteur issue de M vaut $8 - 5 = 3$: aire = $7,5$ unités², soit $7,5 \times 10\,000 = 75\,000$ km².
- B. **FAUX** – KMLN = triangle KLM (7,5) + triangle KLN (base 5, hauteur $5 - 2 = 3$, aire 7,5) = 15 unités² = 150 000 km², supérieur à 140 000.
- C. **FAUX** – (5; 2) est bien à 5 de K mais $OM = \sqrt{1 + 36} = \sqrt{37} \neq 6$. La vraie position est $O \approx (5,07; 2,10)$.
- D. **VRAI** – En soustrayant $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 25$ et $(x-4)^2 + (y-8)^2 = 36$: $6x + 6y = 43$, soit $y = \frac{43}{6} - x$.

Question 15

Pour visiter ses différents clients, notre commercial utilise une voiture de la société. Les distances qu'il parcourt en voiture sont bien entendues supérieures à celles calculées à vol d'oiseau. Voici les distances réelles par la route ainsi que les vitesses moyennes réalisées sur ces tronçons :

Tronçons	Distances réelles	Moyennes réalisées
KM	450 km	90km/h
LM	400 km	80km/h
KL	550 km	110 km/h
KN	375 km	125 km/h
LN	525 km	75 km/h
NO	325 km	65 km/h

Aucune autre route ne peut être fréquentée par notre commercial.

Pour son prochain voyage, à partir de la ville K, il doit visiter ses 4 clients et doit donc se rendre dans les villes L, M, N et O. Il rentrera ensuite dans la ville K. Les 4 clients peuvent être visités dans n'importe quel ordre.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. la distance minimale qu'il devra parcourir en voiture est de 2 500 km.		✓
B. Le temps total de conduite sera supérieur à 24 h.	✓	
C. La vitesse moyenne calculée sur l'ensemble du parcours sera de 80 km/h.	✓	
D. Compte tenu de la fin des travaux sur le tronçon LN, il pourra y rouler plus vite. Pour atteindre un temps total de conduite de 28 h, il devra augmenter sa vitesse moyenne sur le tronçon LN de 40 %.	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – O n'est reliée qu'à N (aller-retour NO obligatoire, 650 km). Énumération de tous les circuits : le minimum est K–M–L–N–O–N–K (ou l'inverse) : $450 + 400 + 525 + 325 + 325 + 375 = 2400$ km, pas 2500.
- **B. VRAI** – Temps sur ce circuit : $5 + 5 + 7 + 5 + 5 + 3 = 30$ h > 24 h.
- **C. VRAI** – $2400/30 = 80$ km/h.
- **D. VRAI** – Pour passer de 30 h à 28 h, LN doit se faire en $7 - 2 = 5$ h : $525/5 = 105$ km/h = $75 \times 1,4$, soit +40 %.

Question 16

Notre commercial doit maintenant effectuer un autre voyage pour visiter ses clients des villes L et M. Le départ et le retour sont toujours de la ville K. Ces 2 villes L et M sont accessibles également par le train. Les distances KL, KM et LM sont identiques que le train ou la voiture soient utilisés. L'employeur de notre commercial souhaite donc effectuer une comparaison de coûts.

La voiture consomme 6 litres d'essence aux 100 km. Le prix de l'essence est de 1 € le litre.

Chaque billet de train coûte 10 € (prise en charge) plus 0,05 € par kilomètre parcouru. Un nouveau billet doit être acheté à chaque fois qu'un nouveau train est pris.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Pour ce voyage, le train coûterait plus de 90 €.	✓	
B. Le voyage effectué en train coûterait plus cher que celui effectué en voiture.	✓	
C. Le train coûtera plus cher tant que le prix par kilomètre parcouru sera supérieur à 0,03 €.		✓
D. Si pour le train, la prise en charge valait u , le prix par kilomètre parcouru v et pour la voiture, le nombre de litres d'essence consommés aux 100 km valait w , le train serait au même coût que la voiture si $w = \frac{3u}{14} + 100v$.	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – Circuit K–L–M–K : $550 + 400 + 450 = 1400$ km ; 3 billets : $3 \times 10 + 0,05 \times 1400 = 100$ € > 90 €.
- **B. VRAI** – Voiture : $14 \times 6 = 84$ L à 1 € = 84 € < 100 € du train.

- **C. FAUX** – Train = $30 + 1400v > 84 \iff v > 54/1400 \approx 0,0386$ €. Pour $v = 0,035 (>0,03)$, le train coûte $79 \text{ €} < 84 \text{ €}$: faux.
- **D. VRAI** – Égalité : $3u + 1400v = 14w \iff w = \frac{3u}{14} + 100v$.

Question 17

Une étude plus poussée a permis de mieux calculer la consommation réelle de la voiture. La consommation en litre aux 100 km est linéairement dépendante de la vitesse. La consommation en litre aux 100 km sur un tronçon se calcule à partir de la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{x}{20} + 1 \quad \text{où } x \text{ est la vitesse moyenne réalisée sur le tronçon.}$$

Notre commercial doit à nouveau effectuer un voyage pour visiter ses clients des villes L et M. Le départ et le retour sont toujours de la ville K. Le prix de l'essence est toujours de 1€ le litre.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Sur le tronçon KM, il consommera plus de 25 litres d'essence.		✓
B. La consommation totale pour l'ensemble du voyage sera supérieure à 80 litres.	✓	
C. S'il roulait à une vitesse moyenne de 130 km/h sur le tronçon KL, il consommerait 6 litres de carburant supplémentaires.		✓
D. Sachant que le commercial est payé 5 € de l'heure de conduite, son employeur, qui paie également le carburant, aurait financièrement intérêt à ce que le commercial continue à rouler à 110 km/h sur le tronçon KL et non à 130 km/h.	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – KM à 90 km/h : $f(90) = 5,5 \text{ L}/100 \text{ km}$, $4,5 \times 5,5 = 24,75 \text{ L} < 25 \text{ L}$.
- **B. VRAI** – KM 24,75 L ; LM à 80 : $5 \times 4 = 20 \text{ L}$; KL à 110 : $6,5 \times 5,5 = 35,75 \text{ L}$; total 80,5 L > 80 L.
- **C. FAUX** – À 130 km/h : $f(130) = 7,5$, $7,5 \times 5,5 = 41,25 \text{ L}$, soit $41,25 - 35,75 = 5,5 \text{ L}$ de plus, pas 6.
- **D. VRAI** – À 110 : $5 \text{ h} \times 5 \text{ €} + 35,75 \text{ €} = 60,75 \text{ €}$; à 130 : $550/130 \approx 4,23 \text{ h} \times 5 \text{ €} + 41,25 \text{ €} \approx 62,40 \text{ €}$. Rester à 110 km/h est moins cher.

Question 18

L'employeur étudie la possibilité d'acheter un nouveau véhicule roulant au gazole.

La consommation en litre aux 100 km pour ce nouveau véhicule se calcule sur un tronçon à partir de la fonction suivante :

$$g(x) = \frac{x^2}{600} - \frac{x}{12}, \quad \text{où } x \text{ est la vitesse moyenne réalisée sur le tronçon.}$$

Les calculs sont toujours réalisés sur le voyage permettant de visiter ses clients des villes L et M. Le départ et le retour sont toujours de la ville K.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Sur le tronçon KM, avec le nouveau véhicule, il consommerait plus de 25 litres de gazole.	✓	
B. Avec le nouveau véhicule, la consommation totale pour l'ensemble du voyage serait inférieure à 100 litres.		✓
C. Si le coût de gazole était de 0,70€ le litre, ce nouveau véhicule coûterait moins cher en consommation que le véhicule à essence.	✓	

Corrigé

- A. **VRAI** – $g(90) = 13,5 - 7,5 = 6 \text{ L}/100 \text{ km}$; $4,5 \times 6 = 27 \text{ L} > 25 \text{ L}$.
- B. **FAUX** – $g(80) = 4 \times 16 \text{ L}$; $g(110) = 11 \times 60,5 \text{ L}$; total $27 + 16 + 60,5 = 103,5 \text{ L}$, pas inférieur à 100 L.
- C. **VRAI** – Gazole : $103,5 \times 0,70 = 72,45 \text{ €}$ contre $80,5 \text{ €}$ d'essence (Q17) : le nouveau véhicule coûte moins cher.