

RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

Question 11

Soit $g(x) = \ln(x+1) + \frac{x}{x+1}$ et $f(x) = (1+x)^x$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $f'(x) = x(1+x)^{x-1}$		✓
B. $D_f =]-1; +\infty[$	✓	
C. $f'(x) = g(x)f(x)$	✓	
D. f' est strictement croissante sur $] -1; +\infty[$.	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – L'exposant dépend de x : on ne peut pas dériver comme une puissance fixe. $f(x) = e^{x \ln(1+x)}$ donne $f'(x) = \left[\ln(1+x) + \frac{x}{1+x} \right] (1+x)^x \neq x(1+x)^{x-1}$.
- **B. VRAI** – $(1+x)^x = e^{x \ln(1+x)}$ est défini si et seulement si $1+x > 0$, soit $D_f =]-1; +\infty[$.
- **C. VRAI** – $f'(x) = \left[\ln(1+x) + \frac{x}{1+x} \right] f(x) = g(x)f(x)$.
- **D. VRAI** – $f'' = (g' + g^2)f$ avec $g'(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} > 0$ et $f > 0$, donc $f'' > 0$ sur $] -1; +\infty[$: f' est strictement croissante.