

RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

Question 8

Soit $f(x) = x(1+x^2)^3$ une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. f est dérivable et continue sur $\mathbb{R}$.	✓	
B. $f'(x) = (1+x^2)^2(1+7x^2)$.	✓	
C. Les fonctions F définies sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{1}{8}(1+x^2)^4 + C$ avec $C \in \mathbb{R}$ sont les primitives de f sur $\mathbb{R}$.	✓	
D. $\int_0^1 f(x) dx = \frac{31}{8}$.		✓

Corrigé

- A. **VRAI** – f est une fonction polynôme, donc continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.
- B. **VRAI** – $f'(x) = (1+x^2)^3 + x \cdot 3(1+x^2)^2 \cdot 2x = (1+x^2)^2(1+x^2+6x^2) = (1+x^2)^2(1+7x^2)$.
- C. **VRAI** – $\left[\frac{1}{8}(1+x^2)^4\right]' = \frac{1}{8} \cdot 4(1+x^2)^3 \cdot 2x = x(1+x^2)^3 = f(x)$; sur $\mathbb{R}$ (intervalle), les primitives diffèrent d'une constante.
- D. **FAUX** – $\int_0^1 f = \left[\frac{1}{8}(1+x^2)^4\right]_0^1 = \frac{16-1}{8} = \frac{15}{8}$, pas $31/8$.