

RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

Question 7

Soit $f(x) = \frac{4x^3 + 6x^2 + 4x + 1}{(x+1)^4}$ une fonction définie sur $I =]-1 ; +\infty[$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $f'(x) = -\frac{4x^2}{(x+1)^5}$		✓
B. f admet un point critique en $x = 0$, et c'est un maximum local.	✓	
C. f admet un point d'inflexion en $x = \frac{3}{2}$.	✓	
D. f est convexe pour tout $x \in]-1 ; \frac{3}{2}[$.		✓

Corrigé

- A. **FAUX** – Comme $4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = (x+1)^4 - x^4$, $f(x) = 1 - \frac{x^4}{(x+1)^4}$ et $f'(x) = -\frac{4x^3}{(x+1)^5}$: exposant 3 au numérateur, pas 2.
- B. **VRAI** – $f'(0) = 0$; sur I , $f' > 0$ pour $x < 0$ et $f' < 0$ pour $x > 0$: maximum local en 0 ($f(0) = 1$).
- C. **VRAI** – $f''(x) = \frac{4x^2(2x-3)}{(x+1)^6}$ change de signe en $x = 3/2$ (pas en 0, facteur x^2) : point d'inflexion en $3/2$.
- D. **FAUX** – Sur $] -1 ; 3/2[$, $f'' \leq 0$: f est concave, pas convexe.