

Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

On dispose d'une machine M_1 depuis déjà un certain temps et on anticipe qu'elle puisse être en panne au cours des prochains mois.

L'entreprise peut acheter le modèle M_2 dès maintenant ou acheter le modèle M_3 qui sortira dans 6 mois.

On sait que le modèle M_1 va certainement résister pendant encore au moins 2 autres mois mais qu'il y a des chances égales qu'il s'arrête au cours du 3^e, 4^e, 5^e ou 6^e mois ; et qu'il y a aussi une probabilité égale à 0,40 qu'il fonctionnera correctement jusqu'à l'arrivée du modèle M_3 .

S'il s'arrête avant l'arrivée du modèle M_3 , on estime qu'il serait illogique d'acheter le modèle M_2 plus tard et qu'il serait alors plus sage de louer une autre machine à un coût égal à 500 € par mois jusqu'à l'arrivée du modèle M_3 .

Si on achète le modèle M_2 maintenant, on va le payer 14 000 € que nous pourrions amortir de façon linéaire sur 66 mois mais si nous attendons l'arrivée du modèle M_3 , nous allons le payer 12 900 € que nous pourrions amortir de façon linéaire sur 60 mois.

Ces machines, compte tenu de leurs capacités respectives, généreront des revenus de 2 € par unité fabriquée. Le modèle M_1 permet de fabriquer 200 unités par mois, une machine louée pourrait fabriquer 220 unités par mois, les modèles M_2 et M_3 pourront fabriquer 250 unités par mois.

Question 17

La production mensuelle q d'un autre produit fabriqué par l'entreprise est lié à son prix de vente p (exprimé en €) par la relation : $q - M + 2p = 0$, où M est un paramètre entier positif.

La fonction coût moyen mensuel notée $C(q)$ dépend de la production mensuelle q avec :

$$C(q) = q^2 - 8q + 57 + \frac{2}{q}.$$

On note $R(q)$ la recette totale mensuelle en fonction de q .

On note $G(q)$ le profit mensuel en fonction de q , égal à la différence entre recette totale mensuelle et le coût total mensuel.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. La recette totale mensuelle s'écrit : $R(q) = \frac{q}{2}M - \frac{q^2}{2}$.	☐	☐
B. La recette totale mensuelle est maximale pour un volume de production de M unités.	☐	☐
C. Le coût total mensuel est $q^3 - 8q^2 + 57q + 2$.	☐	☐
D. Le profit mensuel s'écrit $G(q) = -q^3 + \frac{15q^2}{2} + (M - 57)q - 2$.	☐	☐