

Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

On dispose d'une machine M_1 depuis déjà un certain temps et on anticipe qu'elle puisse être en panne au cours des prochains mois.

L'entreprise peut acheter le modèle M_2 dès maintenant ou acheter le modèle M_3 qui sortira dans 6 mois.

On sait que le modèle M_1 va certainement résister pendant encore au moins 2 autres mois mais qu'il y a des chances égales qu'il s'arrête au cours du 3^e, 4^e, 5^e ou 6^e mois; et qu'il y a aussi une probabilité égale à 0,40 qu'il fonctionnera correctement jusqu'à l'arrivée du modèle M_3 .

S'il s'arrête avant l'arrivée du modèle M_3 , on estime qu'il serait illogique d'acheter le modèle M_2 plus tard et qu'il serait alors plus sage de louer une autre machine à un coût égal à 500 € par mois jusqu'à l'arrivée du modèle M_3 .

Si on achète le modèle M_2 maintenant, on va le payer 14 000 € que nous pourrions amortir de façon linéaire sur 66 mois mais si nous attendons l'arrivée du modèle M_3 , nous allons le payer 12 900 € que nous pourrions amortir de façon linéaire sur 60 mois.

Ces machines, compte tenu de leurs capacités respectives, généreront des revenus de 2 € par unité fabriquée. Le modèle M_1 permet de fabriquer 200 unités par mois, une machine louée pourrait fabriquer 220 unités par mois, les modèles M_2 et M_3 pourront fabriquer 250 unités par mois.

Question 16

Un expert mécanicien jouissant d'une bonne expérience peut prédire avec un taux de réussite de 85 % si la machine va résister pour les 6 prochains mois et avec le même taux de réussite de 85 % si la machine tombera en panne. Mais il est incapable de prédire à quel moment elle tombera en panne si elle tombe en panne.

À partir des informations précédentes, on peut en conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. La probabilité que l'expert prédise que le modèle M_1 tombe en panne est 0,57.	✓	
B. Si la machine ne tombe pas en panne, la probabilité que l'expert prédise qu'elle tombera en panne est 0,15.	✓	
C. Sachant que l'expert affirme que la machine ne tombera en panne, la probabilité qu'elle ne tombe pas en panne est supérieure à 0,6.	✓	
D. La probabilité que le modèle M_1 tombe en panne au cours du 3 ^e mois est 0,30.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – $P(\text{prédit panne}) = 0,6 \times 0,85 + 0,4 \times 0,15 = 0,51 + 0,06 = 0,57$.
- **B. VRAI** – Si la machine ne tombe pas en panne, l'expert se trompe avec probabilité $1 - 0,85 = 0,15$.
- **C. VRAI** – $P(\overline{\text{panne}} \mid \text{prédit non-panne}) = \frac{0,4 \times 0,85}{0,34 + 0,6 \times 0,15} = \frac{0,34}{0,43} \approx 0,79 > 0,6$.
- **D. FAUX** – $P(\text{panne au 3e mois}) = 0,60/4 = 0,15$, pas 0,30.