

Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

On dispose d'une machine M_1 depuis déjà un certain temps et on anticipe qu'elle puisse être en panne au cours des prochains mois.

L'entreprise peut acheter le modèle M_2 dès maintenant ou acheter le modèle M_3 qui sortira dans 6 mois.

On sait que le modèle M_1 va certainement résister pendant encore au moins 2 autres mois mais qu'il y a des chances égales qu'il s'arrête au cours du 3^e, 4^e, 5^e ou 6^e mois; et qu'il y a aussi une probabilité égale à 0,40 qu'il fonctionnera correctement jusqu'à l'arrivée du modèle M_3 .

S'il s'arrête avant l'arrivée du modèle M_3 , on estime qu'il serait illogique d'acheter le modèle M_2 plus tard et qu'il serait alors plus sage de louer une autre machine à un coût égal à 500 € par mois jusqu'à l'arrivée du modèle M_3 .

Si on achète le modèle M_2 maintenant, on va le payer 14 000 € que nous pourrions amortir de façon linéaire sur 66 mois mais si nous attendons l'arrivée du modèle M_3 , nous allons le payer 12 900 € que nous pourrions amortir de façon linéaire sur 60 mois.

Ces machines, compte tenu de leurs capacités respectives, généreront des revenus de 2 € par unité fabriquée. Le modèle M_1 permet de fabriquer 200 unités par mois, une machine louée pourrait fabriquer 220 unités par mois, les modèles M_2 et M_3 pourront fabriquer 250 unités par mois.

Question 15

Soit une expérience aléatoire produisant n événements $A_1, A_2, \dots, A_n$ pouvant conduire respectivement aux bénéfices : $x_1, x_2, \dots, x_n$ (nombres réels) avec les probabilités respectives : $p_1, p_2, \dots, p_n$ (avec $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$).

On appelle bénéfice espéré associé à une telle expérience la quantité réelle : $p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n$.

On décide d'acheter le modèle M_3 qui sortira dans 6 mois.

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Les valeurs possibles du bénéfice (notées x_i) sont au nombre de 5.	✓	
B. Les valeurs x_i varient entre 17 660 et 19 500 €.	✓	
C. La probabilité p_i associée à la plus petite valeur x_i est 0,20.		✓
D. Le bénéfice espéré est égal à 18 580 €.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – Cinq issues : M_1 tient 6 mois (19500 €) ou s'arrête au cours du 3^e, 4^e, 5^e ou 6^e mois (17660, 18120, 18580, 19040 €). Cinq valeurs distinctes.
- **B. VRAI** – La plus petite valeur est 17660 € (panne au cours du 3^e mois, 4 mois de location) et la plus grande 19500 € (pas de panne).
- **C. FAUX** – Les 4 mois de panne sont équiprobables et de probabilité totale $1 - 0,40 = 0,60$: chacun 0,15, pas 0,20.
- **D. FAUX** – Espérance : $0,4 \times 19500 + 0,15 \times (17660 + 18120 + 18580 + 19040) = 7800 + 11010 = 18810$ €, pas 18580 (qui est seulement la valeur d'une panne au cours du 5^e mois).