

Raisonnement mathématique

Question 10

Pour un prix de vente unitaire x , exprimé en centaines d'euros, $f(x)$ est le nombre d'objets, exprimés en centaines, proposés sur le marché et $g(x)$ est le nombre d'objets, exprimés en centaines que les consommateurs sont prêts à acheter.

La fonction f est la fonction d'Offre : $f(x) = e^{\frac{1}{2}x} - 1$.

La fonction g est la fonction de Demande : $g(x) = \frac{12}{e^{\frac{1}{2}x} + 1}$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Le prix d'équilibre (prix auquel la demande est égale à l'offre) est $p = \ln 13$ centaines d'euros.	✓	
B. Si $n = f(p)$ avec $p = \text{prix d'équilibre}$, $n = \sqrt{13} - 1$.	✓	
C. $\int_0^{\ln 13} (e^{\frac{1}{2}x} - 1) dx = 2\sqrt{13} - \ln(13) - 2$.	✓	
D. Soit $R = np - \int_0^p (e^{\frac{1}{2}x} - 1) dx$, la rente du producteur. Alors $R = \sqrt{13} \ln(13) - 2\sqrt{13} + 2$.	✓	

Corrigé

- A. **VRAI** – $e^{x/2} - 1 = \frac{12}{e^{x/2} + 1} \iff e^x - 1 = 12 \iff x = \ln 13$.
- B. **VRAI** – $n = f(\ln 13) = e^{\ln 13/2} - 1 = \sqrt{13} - 1$.
- C. **VRAI** – $\int_0^{\ln 13} (e^{x/2} - 1) dx = [2e^{x/2} - x]_0^{\ln 13} = 2\sqrt{13} - \ln 13 - 2$.
- D. **VRAI** – $R = (\sqrt{13} - 1) \ln 13 - (2\sqrt{13} - \ln 13 - 2) = \sqrt{13} \ln 13 - 2\sqrt{13} + 2$.