

Raisonnement mathématique

Question 9

Soit g définie sur $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = \frac{a}{e^{bx} + 1}$ où a et b sont des réels.

Soient $A(0 ; 6)$ et $B(4 ; 0)$ deux points.

La droite (AB) est tangente à la courbe au point A .

Soit $f(x) = e^{bx} - 1$ pour tout réel x dans $[0 ; +\infty[$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $g(0) = 6$ et $g'(0) = -\frac{3}{2}$.	✓	
B. $g'(x) = \frac{a}{(e^{bx} + 1)^2}$.		✓
C. Nous avons $a = 12$ et $b = \frac{1}{2}$.	✓	
D. La solution de l'équation $f(x) = g(x)$ sur $[0 ; +\infty[$ est $x = \frac{\ln(a+1)}{2b}$.	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – A est sur la courbe : $g(0) = 6$. La tangente en A est (AB) de pente $\frac{0-6}{4-0} = -\frac{3}{2}$, donc $g'(0) = -\frac{3}{2}$.
- **B. FAUX** – $g'(x) = -\frac{ab e^{bx}}{(e^{bx} + 1)^2}$, pas $\frac{a}{(e^{bx} + 1)^2}$.
- **C. VRAI** – $g(0) = a/2 = 6 \Rightarrow a = 12$; $g'(0) = -ab/4 = -3b = -3/2 \Rightarrow b = 1/2$.
- **D. VRAI** – $e^{bx} - 1 = \frac{a}{e^{bx} + 1} \iff e^{2bx} - 1 = a \iff e^{2bx} = a + 1 \iff x = \frac{\ln(a+1)}{2b}$, positif pour $a = 12, b = 1/2$.