

Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

Question 18

Le coût d'un m^2 de carton est noté c_c et le coût d'un m^3 de mousse est noté c_m . À ces coûts s'ajoutent les frais fixes pour la fabrication d'un emballage E_1 (notés f_1) et les frais fixes pour la fabrication d'un emballage E_2 (notés f_2). Tous ces prix sont donnés en euros. On appelle p_1 (respectivement p_2) le prix de revient en euros d'un emballage E_1 (respectivement E_2).

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $p_1 = 2\pi r \left[(r + h)c_c + \frac{rh}{3}c_m \right] + f_1$.	✓	
B. Si $f_1 = f_2$ alors $p_1 < p_2$.	✓	
C. Si la hauteur du cône est divisé par 2 alors le coût du carton et le coût de la mousse sont réduits de moitié pour l'emballage E_2 .		✓
D. Le coût du carton de l'emballage E_2 est au moins 10 % plus cher que celui de l'emballage E_1 .	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – $p_1 = 2\pi r(r + h)c_c + \frac{2}{3}\pi r^2 h c_m + f_1 = 2\pi r \left[(r + h)c_c + \frac{rh}{3}c_m \right] + f_1$.
- **B. VRAI** – $p_2 = 8r(r + h)c_c + r^2 h \left(4 - \frac{\pi}{3} \right) c_m + f_2$. Carton : $2\pi \approx 6,28 < 8$; mousse : $\frac{2\pi}{3} \approx 2,09 < 4 - \frac{\pi}{3} \approx 2,95$. Donc $p_1 < p_2$ dès que $f_1 = f_2$.
- **C. FAUX** – Pour E_2 , la mousse $r^2 h (4 - \pi/3)c_m$ est bien divisée par 2, mais le carton $8r(r + h)c_c$ devient $8r(r + h/2)c_c$, qui n'est pas la moitié (le terme $8r^2$ ne change pas).
- **D. VRAI** – Rapport des coûts de carton : $\frac{8r(r + h)}{2\pi r(r + h)} = \frac{4}{\pi} \approx 1,27$: E_2 est environ 27 % plus cher, donc au moins 10 %.