

## Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

### Question 17

L'article Z se présente sous la forme d'un cône de hauteur  $h$  mètres et dont la base est un disque de rayon  $r$  mètres. La formule donnant son volume est  $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ .

La société s'intéresse à deux formules d'emballage de cet article :

- la première notée  $E_1$  est formée par un cylindre en carton dont la base est un disque de rayon  $r$  mètres et dont la hauteur est  $h$ ;
- la seconde notée  $E_2$  est formée par un parallélépipède en carton dont la base est un carré de côté égal à  $2r$  mètres et dont la hauteur est  $h$ .

Pour les deux formules, le volume disponible entre l'emballage et l'article Z est meublé par de la mousse.

À partir des informations précédentes, on peut conclure que :

| Affirmation                                                                                                         | VRAI | FAUX |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|
| A. La surface en carton en $m^2$ de l'emballage $E_1$ est égale à $2\pi r^2 h$ .                                    |      | ✓    |
| B. La surface en carton en $m^2$ de l'emballage $E_2$ est égale à $4r(2r + h)$ .                                    |      | ✓    |
| C. Le volume en $m^3$ occupé par la mousse de l'emballage $E_1$ est égal à $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ .                 |      | ✓    |
| D. Le volume en $m^3$ occupé par la mousse de l'emballage $E_2$ est égal à $r^2 h \left(4 - \frac{\pi}{3}\right)$ . | ✓    |      |

### Corrigé

- **A. FAUX** – Surface du cylindre (deux disques + surface latérale) :  $2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r(r + h)$ , pas  $2\pi r^2 h$  (qui n'est d'ailleurs pas homogène à une aire).
- **B. FAUX** – Parallélépipède de base carrée de côté  $2r$  :  $2(2r)^2 + 4(2r)h = 8r^2 + 8rh = 8r(r + h)$ ;  $4r(2r + h) = 8r^2 + 4rh$  oublie la moitié des faces latérales.
- **C. FAUX** – Mousse  $E_1$  :  $\pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi r^2 h$ .
- **D. VRAI** – Mousse  $E_2$  :  $(2r)^2 h - \frac{1}{3}\pi r^2 h = r^2 h \left(4 - \frac{\pi}{3}\right)$ .