

Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

Question 14

Cette unité de production fabrique ces deux articles à partir d'une seule machine dont les temps d'utilisation en minutes sont de 1,2 pour X et 2,4 pour Y. La capacité de l'atelier de production est de 100 heures machine.

En raison de la concurrence de plus en plus sensible, la société met au point un système de prix dégressif consenti aux clients. Le prix de vente de chaque article diminue désormais en fonction de la quantité vendue sur le modèle suivant :

	Article X	Article Y
Quantités vendues	x	y
Prix de vente unitaire	$30 \left(1 - \frac{x}{6\,000}\right)$	$20 \left(1 - \frac{y}{4\,000}\right)$

À partir des informations précédentes, on peut conclure que lorsque la capacité de l'atelier est entièrement utilisée :

Affirmation	VRAI	FAUX
A. $x = 5\,000 - 2y$.	✓	
B. Le chiffre d'affaires total est égal à : $25\,000 + 60y - 0,025y^2$.	✓	
C. Le chiffre d'affaires est maximum lorsque $y = 1\,000$.		✓
D. Le chiffre d'affaires est minimum lorsque $x = 2\,600$.		✓

Corrigé

- **A. VRAI** – Capacité 100 h = 6 000 min : $1,2x + 2,4y = 6\,000 \iff x + 2y = 5\,000 \iff x = 5\,000 - 2y$.
- **B. VRAI** – $CA = 30x - \frac{x^2}{200} + 20y - \frac{y^2}{200}$; avec $x = 5\,000 - 2y$ on obtient $150\,000 - 60y - 125\,000 + 100y - 0,02y^2 + 20y - 0,005y^2 = 25\,000 + 60y - 0,025y^2$.
- **C. FAUX** – Parabole de sommet $y = \frac{60}{2 \times 0,025} = 1\,200$: le maximum est atteint pour $y = 1\,200$ (CA = 61 000 €), pas pour $y = 1\,000$ (CA = 60 000 €).
- **D. FAUX** – $x = 2\,600$ correspond à $y = 1\,200$, c'est-à-dire au maximum du CA. Sur $y \in [0; 2\,500]$ le minimum est atteint en $y = 2\,500$ ($x = 0$), CA = 18 750 €.