

Raisonnement mathématique

Question 10

Dans un plan orthonormé, on trace un carré A dont les sommets ont les coordonnées $(2; 2)$, $(2; -2)$, $(-2; -2)$ et $(-2; 2)$. On trace également un cercle B de centre $(0; 0)$ et de rayon 2. On trace un second carré C dont les sommets sont les points d'intersection du cercle avec les 2 droites $x = 0$ et $y = 0$.

On considère un point p de coordonnées $(x; y)$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. Le point p est à l'intérieur du carré A si $ x \leq 2$ et $ y \leq 2$.	✓	
B. Le point p est à l'intérieur du cercle B si $\sqrt{x^2 + y^2} \leq 2$.	✓	
C. Le point p est à l'intérieur du carré C si $ y \leq x + 2$.		✓
D. Sachant que le point p est à l'intérieur du carré A, la probabilité que p soit à l'intérieur du cercle B sans être à l'intérieur du carré C est de $\frac{\pi-2}{4}$.	✓	

Corrigé

- **A. VRAI** – Le carré A est l'ensemble des points vérifiant $-2 \leq x \leq 2$ et $-2 \leq y \leq 2$.
- **B. VRAI** – Le disque de centre O et de rayon 2 est défini par $OP = \sqrt{x^2 + y^2} \leq 2$.
- **C. FAUX** – Le carré C a pour sommets $(2; 0)$, $(0; 2)$, $(-2; 0)$, $(0; -2)$; son intérieur est $|x| + |y| \leq 2$. La condition $|y| \leq |x| + 2$ est vérifiée par $(2; 2)$ qui n'est pas dans C.
- **D. VRAI** – Aires : $A = 16$, disque = 4π , $C = \frac{4 \times 4}{2} = 8$ (C est inclus dans le disque). Probabilité $\frac{4\pi - 8}{16} = \frac{\pi - 2}{4}$.