

Raisonnement mathématique

Question 9

Soit la courbe D d'équation $y = mx + 5$, $m \in \mathbb{R}$ et la courbe P d'équation $y = ax^2 + bx + c$ avec $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a < 0$. Un point d'intersection des 2 courbes P et D est le point A d'abscisse $\frac{5}{2}$. La courbe P a pour maximum le point B de coordonnées $(2; 7)$.

Affirmation	VRAI	FAUX
A. On a deux équations $4a + b = 0$ et $4a + 2b + c = \frac{5}{2}$.		✓
B. On a une troisième équation $\frac{5}{2}m + 5 - \frac{25}{4}a - \frac{5}{2}b - c = 0$.	✓	
C. De l'énoncé, on conclut que $\begin{cases} a = -8 + 10m \\ b = 32 - 40m \\ c = -25 + 40m \end{cases}$	✓	
D. Si $m = -2$, les courbes P et D se coupent au point A et à un autre point d'abscisse $\frac{11}{7}$.	✓	

Corrigé

- **A. FAUX** – Le sommet B(2; 7) donne $-\frac{b}{2a} = 2$, soit $4a + b = 0$, et $4a + 2b + c = 7$, pas $\frac{5}{2}$.
- **B. VRAI** – Le point A d'abscisse $\frac{5}{2}$ est sur D et sur P : $\frac{5}{2}m + 5 = \frac{25}{4}a + \frac{5}{2}b + c$.
- **C. VRAI** – $b = -4a$, $c = 7 - 4a - 2b = 7 + 4a$; en reportant dans B : $\frac{5}{2}m - 2 - \frac{a}{4} = 0$ d'où $a = 10m - 8$, $b = 32 - 40m$, $c = 40m - 25$.
- **D. VRAI** – Pour $m = -2$: $a = -28$, $b = 112$, $c = -105$. $-28x^2 + 112x - 105 = -2x + 5 \iff 14x^2 - 57x + 55 = 0$, $\Delta = 169$, racines $\frac{5}{2}$ et $\frac{11}{7}$.